TRẦN TRỌNG HƯNG

# PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

# VẬT LÍ

## THEO CHỦ ĐỀ

## CƠ HỌC

- Biên soạn theo nội dung và chương trình SGK mới
- Dành cho HS 12 chương trình chuẩn và nâng cao
- Chuẩn bị cho các kì thi quốc gia (tốt nghiệp, tuyển sinh...) của Bộ GD&ĐT

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TRẦN TRỌNG HƯNG

# PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẬT LÍ THEO CHỦ ĐỀ

## Phần CƠ HỌC

- Biên soạn theo nội dung và chương trình SGK mới
- Dành cho HS 12 chương trình chuẩn và nâng cao
- Chuẩn bị cho các kì thi quốc gia (tốt nghiệp, tuyển sinh...) của Bộ GD&ĐT

**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**
16 Hàng Chuối - Hai Bà Trưng - Hà Nội
ĐT (04) 9715013; (04) 7685236. Fax: (04) 9714899

***

***Chịu trách nhiệm xuất bản:***

*Giám đốc* PHÙNG QUỐC BẢO
*Tổng biên tập* NGUYỄN BÁ THÀNH

*Biên tập nội dung*
NGUYỄN THUỶ

*Sửa bài*

THẾ ANH

*Chế bản*

THẾ ANH

*Trình bày bìa*
SƠN KỲ
*Đối tác liên kết xuất bản*
CÔNG TI ANPHA

SÁCH LIÊN KẾT

**PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẬT LÍ THEO CHỦ ĐỀ**
**- Phần CƠ HỌC**
Mã số: 1L-506ĐH2008
In 2.000 cuốn, khổ 16 x 24 cm tại Công ti Song Nguyên
Số xuất bản: 1140-2008/CXB/06-200/ĐHQGHN, ngày 23/12/2008
Quyết định xuất bản số: 506LK-TN/XB
In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2009.

# LỜI NÓI ĐẦU

Với hơn 30 năm trực tiếp đứng lớp giảng dạy và luyện thi, thầy giáo Trần Trọng Hưng đã chọn lọc và biên soạn bộ sách *Phương pháp giải bài tập trắc nghiệm Vật lí theo chủ đề*: Cơ học - Quang học - Điện xoay chiều - Vật lí hạt nhân... Sách này được biên soạn khá rõ ràng, dễ hiểu và bám sát theo nội dung chương trình Vật lí lớp 12 của Bộ Giáo dục và Đào tạo áp dụng từ năm học 2008 - 2009

Nội dung cuốn sách này gồm:

- Chương I: ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN
- Chương II: DAO ĐỘNG CƠ
- Chương III: SÓNG CƠ

Trong mỗi chương được chia thành nhiều bài tương ứng với bài trong Sách giáo khoa Vật lí 12 nâng cao, trong mỗi bài gồm: tóm tắt lí thuyết, các dạng bài tập mẫu, bài tập trắc nghiệm và phần trả lời. Ngoài ra có phần ôn tập sau mỗi chương và cho cả phần cơ.

Trong quá trình biên soạn, mặc dù đã hết sức cố gắng nhưng cuốn sách vẫn khó tránh khỏi thiếu sót. Chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của bạn đọc để cuốn sách được hoàn thiện hơn.

Mọi ý kiến đóng góp xin liên hệ:

- ***Trung tâm sách giáo dục Anpha***
225C Nguyễn Tri Phương, P.9, Q.5, Tp. HCM.
- ***Công ti sách - thiết bị giáo dục Anpha***
50 Nguyễn Văn Săng, Quận Tân Phú, TP.HCM
ĐT: 08.62676463, 38547464.
Email: alphabookcenter@yahoo.com

Xin chân thành cảm ơn!

*Tác giả*

# MỤC LỤC

**Lời nói đầu** 3

CHƯƠNG I. ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN 5

1. Chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định 5
2. Phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục cố định 20
3. Momen động lượng – Động năng của vật rắn quay 41

Ôn tập chương I: Động lực học vật rắn 61

CHƯƠNG II. DAO ĐỘNG CƠ 70

4. Dao động điều hòa 70
5. Con lắc lò xo 88
6. Con lắc đơn – Con lắc vật lí 108
7. Năng lượng trong dao động điều hòa 129
8. Động năng tắt dần – Dao động duy trì Dao động cưỡng bức – Cộng hưởng 137
9. Tổng hợp hai dao động cùng phương 141

Ôn tập chương II: Dao động cơ 146

CHƯƠNG III. SÓNG CƠ 157

10. Sóng cơ – Phương trình sóng 157
11. Sóng dừng 178
12. Giao thoa sóng 199
13. Sóng âm – Nguồn nhạc âm 216
14. Hiệu ứng Đốp-ple 230

Ôn tập chương III: Sóng cơ học 235

Ôn tập phần cơ học 250

# Chương I. ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

## 1. CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

### TÓM TẮT LÝ THUYẾT

**1. Đặc điểm của vật rắn quay quanh một trục cố định**

Khi vật rắn quay quanh một trục, mỗi điểm của nó chuyển động trên một quỹ đạo tròn vuông góc với trục quay, có tâm nằm trên trục quay và có bán kính bằng khoảng cách từ điểm đó đến trục quay

– Mọi điểm của vật đều có cùng góc quay $\varphi$

**2. Tốc độ góc**

Tốc độ góc trung bình:

$$\omega_{tb} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

– Tốc độ góc tức thời:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

– Đơn vị tốc độ góc là rad/s

– $\omega > 0$ khi vật rắn quay theo chiều dương quy ước

$\omega < 0$ khi vật rắn quay theo chiều ngược lại

**3. Chuyển động quay đều**

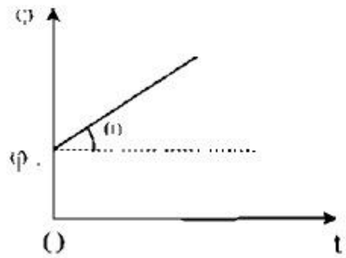
– Chuyển động quay đều khi tốc độ góc $\omega$ không đổi

– Phương trình chuyển động:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

với $\varphi_0$ là tọa độ góc lúc $t = 0$

– Đồ thị $\varphi(t)$ là đường thẳng



**4. Gia tốc góc**

– Gia tốc góc là đại lượng đặc trưng cho độ biến thiên nhanh hay chậm của tốc độ góc

– Gia tốc góc trung bình:

$$\gamma_{tb} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Gia tốc góc tức thời:

$$\gamma = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

– Đơn vị gia tốc góc là rad/$s^2$

– Gia tốc góc là đại lượng đại số

***Chú ý:***

- Nếu $\gamma.\omega > 0$ thì chuyển động quay nhanh dần.
- Nếu $\gamma.\omega < 0$ thì chuyển động quay chậm dần.

## 5. Chuyển động quay biến đổi đều

– Chuyển động quay biến đổi đều là chuyển động quay có gia tốc góc $\gamma$ không đổi

Tốc độ góc lúc t:

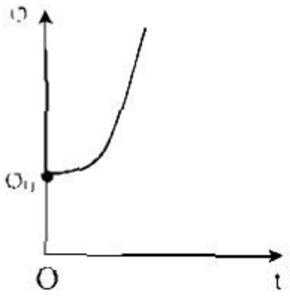
$$\omega = \omega_0 + \gamma.t$$

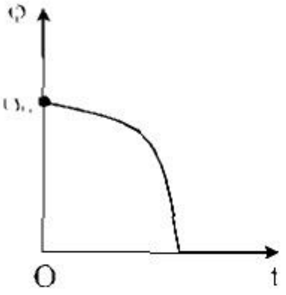
*với $\omega_0$ là tốc độ góc lúc $t = 0$*

– Phương trình chuyển động quay biến đổi đều của vật rắn quay quanh một trục cố định

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$$

– Đồ thị $\varphi(t)$ là một đường parabol





## 6. Vận tốc (dài) và gia tốc (dài) của một điểm trên vật rắn quay

– Vận tốc (dài): $V = r.\omega$

với r là khoảng cách từ điểm ta xét đến trục quay.

– Gia tốc (dài):

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

với $\begin{cases} a_n = r\omega^2 \text{ (gia tốc hướng tâm)} \\ a_t = r.\gamma \text{ (gia tốc tiếp tuyến)} \end{cases}$

Nếu vật rắn quay đều (gia tốc góc $\beta = 0$) thì chỉ có gia tốc hướng tâm:

$$a = a_n = r.\omega^2.$$

## BÀI TẬP CƠ BẢN

### DẠNG 1. CHUYỂN ĐỘNG QUAY ĐỀU

- Tốc độ góc: $\omega = 2\pi.n$

  với n là số vòng quay trong 1 giây (s)
- Góc quay: $\varphi = \omega.t$

**Ví dụ 1:** Một bánh xe quay đều được 3600 vòng trong thời gian 1 phút. Tốc độ góc của bánh xe là:

A. 259,2 rad/s
B. 376,8 rad/s
C. 154,6 rad/s
D. 85,7 rad/s.

***Giải***

Số vòng quay trong 1 s:

$$n = \frac{3600}{60} = 60 \text{ (vòng/s)}$$

Tốc độ góc:

$$\omega = 2\pi.n = 2\pi.60 = 120\pi = 376{,}8 \text{ (rad/s)}$$

*Đáp án:* [B].

**Ví dụ 2:** Một bánh xe quay đều với tốc độ 50 vòng/s. Góc quay được trong thời gian 2 s là:

A. 628 rad
B. 314 rad
C. 1256 rad
D. 157 rad.

***Giải***

- Tốc độ góc: $\omega = 2\pi.n = 2\pi.50 = 100\pi$ (rad/s)
- Góc quay: $\varphi = \omega t = 100\pi.2$

  $= 200\pi = 628$ (rad)

*Đáp án.* [A].

### DẠNG 2: CHUYỂN ĐỘNG BIẾN ĐỔI

- Gia tốc góc trung bình

$$\gamma_{tb} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

- Tốc độ góc lúc t của chuyển động biến đổi đều:

$$\omega = \omega_0 + \gamma.t$$

- Tọa độ góc lúc t:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\gamma.t^2$$

**Ví dụ 1:** Sau 5 s kể từ lúc đứng yên bánh xe đạt vận tốc 20 rad/s. Gia tốc góc trung bình là:

A. 2 $rad/s^2$ B. 5 $rad/s^2$ C. 3 $rad/s^2$ D. 4 $rad/s^2$.

### *Giải*

Gia tốc góc trung bình:

$$\gamma = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t}$$

$$= \frac{20 - 0}{5} = 4\ (rad/s^2)$$

*Đáp án:* [D].

**Ví dụ 2:** Bánh đà của một cái máy đang quay với tốc độ góc 25 rad/s thì tắt máy, bánh đà quay chậm dần với gia tốc góc không đổi và dừng lại sau 20 s. Gia tốc góc của bánh đà là:

A. 1,25 $rad/s^2$ B. $-1{,}25$ $rad/s^2$

C. 2,5 $rad/s^2$ D. $-2{,}5$ $rad/s^2$.

### *Giải*

Áp dụng: $\omega = \omega_0 + \gamma.t$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 25}{20} = -1{,}25\ (rad/s^2)$$

Dấu "–" vì chuyển động chậm dần.

*Đáp án:* [B].

**Ví dụ 3:** Một bánh xe quay nhanh dần đều với gia tốc góc 2 vòng/$s^2$. Sau 5 s kể từ lúc nó đạt tốc độ 10 vòng/s, bánh xe đã quay được bao nhiêu vòng nữa?

A. 50 vòng B. 100 vòng C. 75 vòng D. 25 vòng.

### *Giải*

Chọn t = 0 là lúc bánh xe đạt tốc độ 10 vòng/s thì:

$\varphi_0 = 0$

$\omega_0 = 10$ vòng/s

Từ phương trình chuyển động quay:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$$

Ta được: $\varphi = 0 + 10\frac{\text{vòng}}{s}.5s + \frac{1}{2}2\frac{\text{vòng}}{s^2}.(5s)^2$

$= 50$ vòng $+ 25$ vòng $= 75$ vòng.

*Đáp án:* [C].

(Chú ý cách sử dụng đơn vị)

## DẠNG 3: TỐC ĐỘ (DÀI) – GIA TỐC HƯỚNG TÂM

- Tốc độ dài: $V = \omega.r$
- Gia tốc hướng tâm: $a_n = \dfrac{V^2}{r} = \omega^2.r$

**Ví dụ 1:** Một bánh xe có bán kính r = 50 cm đang quay đều. Một vật gắn ở vành bánh xe chịu một gia tốc 2 m/s$^2$. Tốc độ góc là

A. 2 rad/s
B. 4 rad/s
C. 3 rad/s
D. 5 rad/s.

***Giải***

Vì chuyển động quay đều nên vật chịu gia tốc hướng tâm $a_n = 2$ m/s$^2$

Có: $a_n = \omega^2.r$

$$=> \omega = \sqrt{\frac{a_n}{r}} = \sqrt{\frac{2}{0{,}5}} = 2 \text{ (rad/s)}$$

*Đáp án:* [A].

**Ví dụ 2:** Một bánh đà có đường kính 1,2 m đang quay với tốc độ 200 vòng/phút thì tốc độ (dài) của một điểm trên vành bánh đà là

A. 6,28 (m/s)
B. 5,14 (m/s)
C. 12,56 (m/s)
D. 20,08 (m/s).

***Giải***

Số vòng quay trong 1 s:

$$n = \frac{200}{60} = \frac{10}{3} \text{ (vòng/s)}$$

Tốc độ góc:

$$\omega = 2\pi n = 2\pi.\frac{10}{3} = \frac{20\pi}{3} \text{ (rad/s)}$$

Tốc độ dài:

$$V = \omega.r = \frac{20\pi}{3}.0{,}6 = 12{,}56 \text{ (m/s)}$$

*Đáp án:* [C].

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1.1. Chọn câu **sai**

Khi vật rắn quay quanh một trục, mỗi điểm của nó chuyển động trên một quỹ đạo tròn

A. vuông góc với trục quay
B. có tâm nằm trên trục quay
C. có bán kính bằng khoảng cách từ điểm đó đến trục quay
D. với góc quay càng lớn nếu điểm đó càng xa trục quay.

**1.2.** Chọn câu **đúng**

Tốc độ góc cho ta biết

A. vật quay nhanh hay chậm

B. vật quay nhanh dần hay chậm dần

C. vật quay nhanh hay chậm và chiều quay của vật

D. vật đứng yên hay vật đang quay

**1.3.** Tốc độ góc tức thời $\omega$ của vật rắn đang quay quanh một trục được tính bởi

A. $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ B. $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ C. $\omega = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ D. $\omega = \varphi.t$

**1.4.** Vật rắn quay theo chiều dương quy ước thì

A. $\omega > 0$ B. $\gamma > 0$ C. $\omega.\gamma > 0$ D. $\omega.\gamma < 0$.

**1.5.** Gia tốc góc cho ta biết vật rắn

A. quay theo chiều dương hay chiều âm

B. quay nhanh hay chậm

C. quay nhanh dần hay chậm dần

D. có tốc độ góc biến đổi nhanh hay chậm.

**1.6.** Chọn câu **đúng**

A. Nếu $\omega > 0$ thì vật quay nhanh dần, $\omega < 0$ thì vật quay chậm dần

B. $\omega.\gamma > 0$ thì vật quay nhanh dần, $\omega.\beta < 0$ thì vật quay chậm dần

C. $\gamma > 0$ thì vật quay nhanh dần, $\beta < 0$ thì vật quay chậm dần

D. Góc quét $\varphi > 0$ thì vật quay nhanh dần, $\varphi < 0$ thì vật quay chậm dần

**1.7.** Một bánh xe quay đều được 1800 vòng trong mỗi phút, tốc độ góc tính bằng rad/s là

A. 30,0 rad/s B. 94,2 rad/s

C. 188,4 rad/s D. 11304 rad/s.

**1.8.** Một bánh đà quay với tốc độ góc 31,4 rad/s thì trong thời gian 2 phút nó quay được

A. 600 vòng B. 5 vòng C. 10 vòng D. 60 vòng

**1.9.** Một bánh xe cứ mỗi phút quay được 900 vòng. Trong thời gian 5 s bánh xe quay được góc

A. 94,2 rad B. 471 rad C. 11304 rad D. 520 rad

**1.10.** Một chất điểm chuyển động tròn đều với tốc độ góc 100 vòng/phút. Bán kính đường tròn là 1 m. Tốc độ dài của chất điểm là

A. 5,20 m/s B. 628,0 m/s

C. 25,62 m/s D. 10,47 m/s.

**1.11.** Vị trí góc của một điểm trên bánh xe đang quay được cho bởi $\varphi = t + t^2$ trong đó $\varphi$ tính bằng rad và t tính bằng giây (s).

Tốc độ góc của điểm ấy lúc t = 2 s là

A. 3 rad/s B. 4 rad/s C. 5 rad/s D. 2 rad/s.

**1.12.** Vị trí góc của một điểm trên bánh xe cho bởi $\varphi = 2 + 4t^2 + 2t^3$, trong đó $\varphi$ tính bằng rad và t tính bằng giây (s). Lúc t > 0 bánh xe đang

A. đứng yên B. quay đều

C. quay biến đổi đều D. quay biến đổi không đều.

**1.13.** Một đĩa mài có gia tốc góc không đổi $\gamma = 0{,}35$ rad/s$^2$. Lúc ban đầu (t = 0) đĩa đã có tốc độ góc -4,6 rad/s, lúc đó điểm M trên đĩa qua tọa độ góc bằng 0

Điểm M qua tọa độ góc 5 vòng vào lúc

A. ≈32 s B. ≈16 s C. ≈20 s D. ≈25 s.

**1.14.** Tốc độ góc của cánh quạt máy giảm từ 300 vòng/phút đến 200 vòng/phút trong thời gian 5 s.

Cánh quạt sẽ dừng lại sau bao nhiêu vòng nữa kể từ lúc cánh quạt có tốc độ góc 300 vòng/phút?

A. 70 vòng B. 37,5 vòng C. 50 vòng D. 100 vòng.

**1.15.** Một bánh đà sau khi tắt máy giảm đều tốc độ từ 30 rad/s đến 17,5 rad/s trong 10 s. Biết rằng kể từ lúc tắt máy đến khi dừng hẳn bánh đà đã quay được góc 250 rad. Vậy lúc tắt máy, tốc độ góc bánh đà là

A. 30 rad/s B. 12,5 rad/s C. 25 rad/s D. 50 rad/s.

**1.16.** Một ròng rọc có bán kính 2 cm được quấn bằng dây dài 2,8 m. Bắt đầu chuyển động từ nghỉ với gia tốc góc 0,7 rad/s$^2$ Sau bao lâu thì dây được tháo hết?

A. 10 s B. 15 s C. 5 s D. 20 s.

**1.17.** Một bánh xe quay nhanh dần đều từ nghỉ với gia tốc góc 5 rad/s$^2$. Sau khoảng thời gian $t_1$ kể từ lúc bắt đầu quay, 6 s tiếp theo bánh xe quay được góc 210 rad.

Thời gian $t_1$ là

A. 4 s B. 8 s C. 2 s D. 5 s.

**1.18.** Một bánh đà đang quay với tốc độ góc 1,5 rad/s thì bắt đầu quay chậm lại với gia tốc góc không đổi và dừng lại sau khi đã quay thêm được 40 vòng. Thời gian để quay 20 vòng đầu kể từ lúc bắt đầu quay chậm là

A. 52 s B. 98 s C. 36 s D. 84 s.

**1.19.** Một cái đĩa quay nhanh dần đều từ nghỉ quanh một trục cố định. Kể từ lúc đạt tốc độ 10 vòng/s đến lúc đạt tốc độ 15 vòng/s đĩa đã quay được 60 vòng. Số vòng quay từ lúc nghỉ đến lúc đĩa đạt tốc độ 10 vòng/s là

A. 120 vòng B. 60 vòng C. 18 vòng D. 30 vòng.

**1.20.** Một đĩa hát quay với tốc độ $\frac{100}{3}$ vòng/phút. Lúc mũi kim cách trục quay 10 cm thì tốc độ dài của mũi kim là

A. 1,26 m/s B. 0,15 m/s C. 0,84 m/s D. 0,35 m/s.

**1.21.** Một bánh đà có đường kính 1,20 m bắt đầu quay nhanh dần đều từ nghỉ với gia tốc góc là 800 vòng/(phút)$^2$. Sau thời gian 15 s kể từ lúc bắt đầu quay tốc độ dài của một điểm trên vành bánh đà là

A. 12,56 m/s B. 9,84 m/s C. 25,12 m/s D. 2,45 m/s.

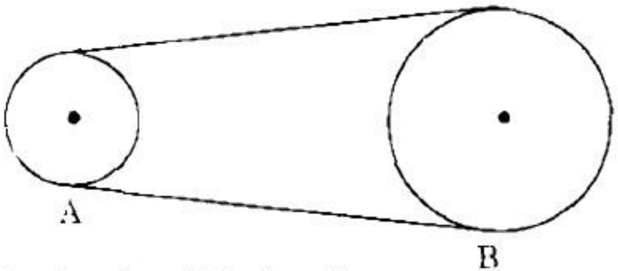
**1.22.** Coi gần đúng chuyển động của Trái Đất quanh Mặt Trời là chuyển động tròn đều với chu kì 365,25 ngày. Biết khoảng cách từ Mặt Trời tới Trái Đất là $1,5.10^{11}$ m. Tốc độ dài của Trái Đất là

A. 15,34 km/s B. 29,85 km/s C. 13,65 km/s D. 38,72 km/s.

**1.23.** Trái đất coi như hình cầu có bán kính 6400 km quay quanh trục của nó với chu kì 24 giờ. Tốc độ dài của một điểm trên mặt đất ở vĩ độ $60^0$ là

A. 102,9 m/s B. 128,3 m/s C. 232,6 m/s D. 465,2 m/s.

**1.24.** Đĩa A kéo đĩa B bằng dây curoa không trượt. Bán kính đĩa B lớn gấp 2,5 lần đĩa A. Đĩa A bắt đầu khởi động từ nghỉ và chuyển động với gia tốc góc không đổi 2 rad/s$^2$.



Để đĩa B đạt tốc độ 100 vòng/phút thì cần thời gian là

A. 5 s B. 22 s C. 18 s D. 13 s.

**1.25.** Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với tốc độ V = 72 km/h. Bán kính bánh xe là R = 25 cm. Gia tốc hướng tâm tại một điểm trên bánh xe là

A. 1200 m/s$^2$ B. 1600 m/s$^2$ C. 2000 m/s$^2$ D. 1800 m/s$^2$.

**1.26.** Coi Mặt Trăng chuyển động tròn đều xung quanh tâm Trái Đất với bán kính r = $3,84.10^8$ m, chu kì quay là T = 27,32 ngày.

Gia tốc hướng tâm của Mặt Trăng là

A. $2,7.10^{-3}$ m/s$^2$ B. $3,2.10^{-2}$ m/s$^2$

C. 0,15 m/s$^2$ D. 1,6 m/s$^2$.

**1.27.** Một ô tô lúc vượt qua đoạn đường cong bán kính 200 m với tốc độ không đổi 54 km/h thì tốc độ góc, gia tốc hướng tâm và gia tốc tiếp tuyến là

A. $\omega = 0{,}075$ rad/s; $a_n = 2{,}250$ m/s$^2$; $a_t = 0{,}1$ m/s$^2$

B. $\omega = 3.10^3$ rad/s; $a_n = 1{,}125$ m/s$^2$; $a_t = 0$

C. $\omega = 0{,}075$ rad/s; $a_n = 1{,}125$ m/s$^2$; $a_t = 0$

D. $\omega = 3.10^3$ rad/s; $a_n = 2{,}250$ m/s$^2$; $a_t = 0{,}1$ m/s$^2$.

**1.28.** Một bánh đà bán kính 20 cm bắt đầu quay nhanh dần đều từ nghỉ với gia tốc góc 10 rad/s$^2$ cho đến khi đạt tốc độ góc 300 vòng/phút

Trong suốt thời gian tăng tốc, một điểm trên vành bánh đà đã đi được một đoạn đường là

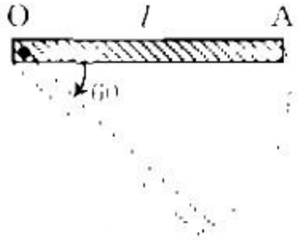
A. 9,86 m B. 4,98 m C. 2,49 m D. 6,32 m.

**1.29.** Một thanh OA chiều dài $l = 1$ m bắt đầu quay nhanh dần đều từ nghỉ xung quanh một trục đi qua đầu thanh O (Hình vẽ).

Khi thanh quay được góc $60^0$ thì đầu A đạt tốc độ dài V = 5 m/s ứng với thời gian quay là

A. 0,50 s B. 0,42 s

C. 1,26 s D. 0,84 s.



## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**1.1.** Đáp án: [D]

Mọi điểm trên vật rắn quay quanh một trục đều có cùng góc quay.

**1.2.** Đáp án: [C]

Tốc độ góc cho ta biết vật quay nhanh hay chậm và chiều quay của vật.

**1.3.** Đáp án: [B].

**1.4.** Đáp án: [A].

**1.5.** Đáp án: [D].

**1.6.** Đáp án: [B].

**1.7.** Đáp án: [C].

$$n = \frac{1800}{60} = 30 \text{ (vòng/s)}$$

$$\omega = 2\pi.n = 2\pi.30 = 188{,}4 \text{ (rad/s)}$$

**1.8.** Đáp án: [A]

$$\omega = 2\pi.n \rightarrow n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{31{,}4}{2.3{,}14} = 5 \text{ (vòng/s)}$$

$$\rightarrow N = 5 \text{ (vòng/s) } 2.60 \text{ (s)} = 600 \text{ (vòng)}.$$

**1.9.** Đáp án: [B]

$$n = \frac{900}{60} = 15 \text{ (vòng/s)}$$

$$\omega = 2\pi n = 2\pi.15 = 94,2 \text{ (rad/s)}$$

$$\varphi = \omega.t = 94,2.5 = 471 \text{ (rad)}.$$

**1.10.** Đáp án: [D]

$$n = \frac{100}{60} = \frac{5}{3} \text{ (vong/s)}$$

$$\omega = 2\pi.n = 2\pi.\frac{5}{3} = \frac{10\pi}{3} \text{ (rad/s)}$$

$$V = \omega.R = \frac{10\pi}{3}.1 = 10.47 \text{ (m/s)}.$$

**1.11.** Đáp án: [C]

Tốc độ góc: $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 1 + 2t$ (rad/s)

Lúc t = 2s thì $\omega = 1 + 2.2 = 5$ (rad/s)

**1.12.** Đáp án: [D]

Gia tốc góc: $\gamma = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 8 + 6t$

β thay đổi theo t nên đó là chuyển động quay biến đổi không đều

**1.13.** Đáp án: [A]

Phương trình tọa độ góc:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$$

$$= 0 - 4,6t + \frac{1}{2}.0,35.t^2$$

Với $\varphi$ = 5 vòng = $5.2\pi = 10\pi$ rad thì:

$$10\pi = -4,6t + \frac{1}{2}.0,35t^2$$

$$0,35t^2 - 9,2t - 20\pi = 0$$

Giải phương trình va chon nghiệm dương, ta được

$$t = 32 \text{ (s)}$$

**1.14.** Đáp án: [B]

- Gia tốc góc: $\gamma = \frac{\omega - \omega_1}{t} = \frac{200 - 300}{5/60}$

$$= -1200 \text{ [vòng/(phút)}^2\text{]}$$

- Tốc độ góc: $\omega = \omega_0 + \gamma.t$

Lúc dừng lại: $0 = \omega_0 + \gamma.t_1$

$$t_1 = -\frac{\omega_0}{\gamma} = -\frac{300}{-1200} = \frac{1}{4} \text{ (phút)}$$

- Góc quay φ cho bởi:

$$\varphi = \omega_0 t_1 + \frac{1}{2}\gamma.t_1^2$$

$$= 300.\frac{1}{4} + \frac{1}{2}(-1200).\frac{1}{4}$$

$$= 37{,}5 \text{ (vòng)}$$

*Cách khác:*

Áp dụng công thức: $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma.\varphi$

(giống như công thức: $V^2 - V_0^2 = 2as$)

Ta được: $0 - (300)^2 = 2(-1200).\varphi$

$$\rightarrow \varphi = \frac{(300)^2}{2400} = 37{,}5 \text{ (vòng)}.$$

**1.15.** Đáp án: [C]

- Gia tốc góc: $\gamma = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{17{,}5 - 30}{10} = -1{,}25 \text{ (rad/s}^2\text{)}$
- Áp dụng: $\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\gamma.\varphi$

$$0 - \omega_1^2 = 2(-1{,}25).250$$

$$\omega_1 = 25 \text{ (rad/s)}.$$

**1.16.** Đáp án: [D]

Khi dây tháo hết, ròng rọc đã quay được:

$$n = \frac{l}{2\pi R} = \frac{2{,}8}{2\pi.0{,}02} = \frac{70}{\pi} \text{ (vòng)}$$

Góc quay: $\varphi = 2\pi n = 2\pi.\frac{70}{\pi} = 140 \text{ (rad)}$

với: $\varphi = \frac{1}{2}\gamma.t^2$

$$t = \sqrt{\frac{2\varphi}{\gamma}} = \sqrt{\frac{2.140}{0{,}7}} = 20 \text{ (s)}.$$

**1.17.** Đáp án: [A]

Kể từ lúc bắt đầu, bánh xe đã quay được các góc ứng với thời gian $t_1$ và $t_2$ là:

$$\varphi_1 = \frac{1}{2}\gamma t_1^2$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{2}\gamma t_2^2$$

Với $t_2 - t_1 = 6\ (s)$ (1)

Và $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 210$

$$\frac{1}{2}\gamma(t_2^2 - t_1^2) = 210$$

$$\frac{1}{2}(t_2 + t_1)(t_2 - t_1) = 210$$

$$\frac{1}{2}.5.(t_2 + t_1).6 = 210$$

$\rightarrow t_2 + t_1 = 14$ (2)

Từ (1) và (2) cho $t_1 = 4\ (s)$.

**1.18.** Đáp án: [B]

- Áp dụng: $\omega^2 - \omega^2_0 = 2\gamma.\varphi$

$$\rightarrow \gamma = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi}$$

Cho đến lúc dừng lại thì $\omega = 0$, $\varphi = 40$ vòng $= 80\pi$ rad và $\omega_0 = 1{,}5$ rad/s nên:

$$\gamma = \frac{0 - 1{,}5^2}{2.80\pi} = -\frac{2{,}25}{160\pi}\ (rad/s^2)$$

- Tốc độ góc $\omega_1$ sau khi đã quay được 20 vòng đầu:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2\gamma.\varphi_1 = 1{,}5^2 - 2.\frac{2{,}25}{160\pi}.40\pi = 1{,}125$$

$$\omega_1 \approx 1{,}06066\ (rad/s)$$

mà $\omega_1 = \omega_0 + \gamma.t_1$

$$\rightarrow t_1 = \frac{\omega_1 - \omega_0}{\gamma} = \frac{1{,}06066 - 1{,}5}{-\frac{2{,}25}{160\pi}} \approx 98\ (s)$$

**1.19.** Đáp án: [C]

- Từ lúc $\omega_1 = 10$ vòng/s đến lúc $\omega_2 = 15$ vòng/s thì $\varphi = 60$ vòng, ta có:

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\gamma.\varphi$$

$$15^2 - 10^2 = 2.\gamma.60$$

$$\gamma = \frac{25}{24}\ (vòng/s^2)$$

- Từ lúc $\omega_0 = 0$ đến lúc $\omega_1 = 10$ vòng/s thì số vòng quay là $\varphi$ cho bởi:

$$\omega_1^2 - \omega_0^2 = 2\gamma.\varphi_1$$

$$10^2 - 0^2 = 2.\frac{25}{24}.\varphi_1$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = 48 \text{ (vòng).}$$

**1.20.** Đáp số: [D]

- $\omega = \frac{100}{3}$ vòng/phút $= \frac{100}{3}.\frac{2\pi}{60}$ rad/s $= \frac{10\pi}{9}$ rad/s
- $V = \omega R = \frac{10\pi}{9}.0,1 \approx 0,35$ (m/s)

**1.21.** Đáp án: [A]

- Tốc độ góc của bánh đà sau thời gian t:

$$\omega = \omega_0 + \gamma.t$$

$$\text{với} \begin{cases} \omega_0 = 0 \\ \gamma = 800 \text{ vòng/(phút)}^2 \\ t = 15s = \frac{1}{4} \text{ phút} \end{cases}$$

nên: $\omega = 0 + 800.\frac{1}{4} = 200$ (vòng/phút)

$$= 200.\frac{2\pi}{60} \text{ (rad/s)} = \frac{20\pi}{3} \text{ (rad/s)}$$

- Tốc độ dài:

$$V = \omega.R = \frac{20\pi}{3}.0,6 = 12,56 \text{ (m/s)}$$

**1.22.** Đáp án: [B]

- Tốc độ góc: $\omega = \frac{2\pi}{T}$.
- Tốc độ dài: $V = \omega R = \frac{2\pi}{T}.R$

$$= \frac{2\pi}{365,25.86400}.1,5.10^{11} \approx 2,985.10^4 \text{ (m/s)}$$

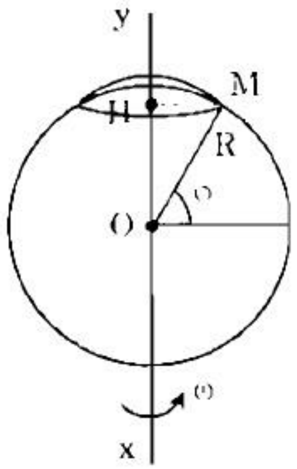
$$= 29,85 \text{ (km/s)}$$

**1.23.** Đáp án: [C]

Khi Trái Đất quay quanh trục xy thì điểm M trên mặt đất chuyển động trên đường tròn tâm H bán kính:

$$r = HM = R\cos\varphi$$

Tốc độ góc điểm M: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$



Tốc độ dài của M:

$$V = \omega.r = \frac{2\pi}{T}R.\cos\varphi$$

$$= \frac{2\pi}{86400}6400.10^3.\cos60^0$$

$$\approx 232,6\ (m/s)$$

**1.24.** Đáp án: [D]

- Vì dây curoa không trượt nên tốc độ chuyển động thẳng của dây curoa cũng là tốc độ dài ở mép đĩa A và đĩa B. Nói cách khác:

$$V_A = V_B$$

$$\omega_A.r_A = \omega_B.r_B$$

$$\omega_A = \omega_B\frac{r_B}{r_A} = 100.2,5\ (\text{vòng/phút})$$

$$= \frac{250.2\pi}{60} = \frac{25\pi}{3}\ (rad/s)$$

- Ta có: $\omega_A = \gamma_A.t$

$$\Rightarrow t = \frac{\omega_A}{\gamma_A} = \frac{25\pi/3}{2} \approx 13\ (s)$$

**1.25.** Đáp án: [B]

Tốc độ ôtô cũng là tốc độ dài của một điểm trên bánh xe:

$$V = 72\ km/h = 20\ m/s$$

Gia tốc hướng tâm: $a = \dfrac{V^2}{R} = \dfrac{20^2}{0,25} = 1600\ (m/s^2)$

**1.26.** Đáp án: [A]

$$a = \omega^2.r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.r$$

$$= \left(\frac{2\pi}{27,32.86400}\right)^2 3,84.10^8 \approx 2,7.10^{-3}\ (m/s^2)$$

**1.27.** Đáp án: [C]

Ta có: $\begin{cases} R = 200\,m \\ V = 54\ km/h = 15\ m/s \end{cases}$

- Tốc độ góc: $\omega = \dfrac{V}{R} = \dfrac{15}{200} = 0{,}075$ (rad/s)
- Gia tốc hướng tâm: $a_{ht} = \dfrac{V^2}{R} = \dfrac{(15)^2}{200} = 1{,}125$ (m/s$^2$)
- Gia tốc tiếp tuyến: $a_t = \dfrac{dV}{dt}$

Vì V không đổi nên $a_t = \dfrac{dV}{dt} = 0$

**1.28.** Đáp án: [A]

$$\omega = 300 \text{ vòng/phút} = 5 \text{ vòng/s} = 10\pi \text{ rad/s}$$

Gọi φ là góc quay của bánh đà trong thời gian tăng tốc, ta có:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma\varphi$$

$$\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\gamma} = \frac{(10\pi)^2 - 0}{2.10} = 5\pi^2 \text{ (rad)}$$

Quãng đường mà một điểm trên vành bánh đà đi được

$$S = \varphi.R = 5\pi^2.0{,}2 \approx 9{,}86 \text{ (m)}$$

**1.29.** Đáp án: [B]

- Tốc độ góc lúc thanh quay được góc $60^0$ là:

$$\omega = \frac{V}{l} = \frac{5}{1} = 5 \text{ (rad/s)}$$

- Ta có: $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma.\varphi$

$$\gamma = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} = \frac{5^2 - 0^2}{2\left(\frac{\pi}{3}\right)} = \frac{75}{2\pi} \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

- $\omega = \omega_0 + \gamma.t$

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\gamma} = \frac{5 - 0}{75/2\pi} \approx 0{,}12 \text{ (s)}.$$

# 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC CỦA VẬT RẮN QUAY QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

## TÓM TẮT LÝ THUYẾT

**1. Momen lực đối với trục quay**

– Momen lực đối với trục quay là đại lượng đặc trưng cho tác dụng làm quay của lực lên một vật rắn xung quanh trục đó.

– Công thức: $\mathcal{M} = F.d$ (độ lớn)

- $F$ là độ lớn của lực $\vec{F}$ trực giao với trục quay Δ
- $d$ là khoảng cách giữa đường tác dụng của lực $\vec{F}$ và trục quay Δ
- Trong hệ SI, đơn vị $\mathcal{M}$ là N.m

– Dấu của momen lực:

- $\mathcal{M} = +F.d$ nếu lực có xu hướng làm vật quay theo chiều dương
- $\mathcal{M} = -F.d$ nếu lực có xu hướng làm vật quay theo chiều âm

**2. Momen quán tính**

– Momen quán tính của chất điểm đối với một trục đặc trưng cho mức quán tính (sức ì) của chất điểm đó đối với chuyển động quay quanh trục đó

– Công thức:

$$I = m.r^2$$

- m là khối lượng chất điểm
- r là khoảng cách từ chất điểm đến trục quay
- Trong hệ SI, đơn vị của I là: $kg.m^2$

– Momen quán tính của vật rắn quay quanh một trục

$$I = \sum m_i r_i^2$$

$m_i r_i^2$ là momen quán tính của chất điểm thứ i tạo nên vật rắn

**3. Momen quán tính của một số vật rắn đồng chất đối với trục đối xứng**

*a) Vòng tròn:*

$$I = M.R^2$$

*b) Đĩa tròn:*

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

*c) Thanh có chiều dài l:*

$$I = \frac{1}{12}m.l^2$$

*d) Hình cầu:*

$$I = \frac{2}{5}MR^2$$

**4. Phương trình động lực học của vật rắn quay quanh một trục**

$$\mathcal{M} = I.\gamma$$

## BÀI TẬP CƠ BẢN

**DẠNG 1: TÍNH MOMEN QUÁN TÍNH**

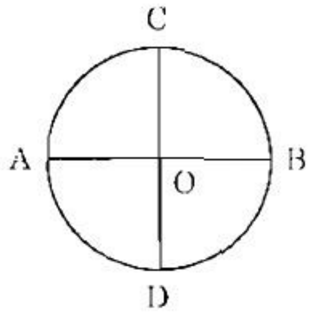
- Momen quán tính của chất điểm khối lượng m đối với trục quay

$$I = m.r^2$$

- Đơn vị của I trong hệ SI là kg.m$^2$
- Momen quán tính có tính chất cộng

**Ví dụ 1:** Một vô lăng gồm một vành tròn khối lượng M = 500 g bán kính R = 30 cm và hai thanh AB, CD trùng với hai đường kính của vành tròn. Khối lượng mỗi thanh là m = 300 g (Hình vẽ).

Biết momen quán tính của thanh đối với O được tính bởi công thức $I = \frac{1}{12}ml^2$ và của vành tròn là $I = MR^2$. Momen quán tính của vô lăng đối với trục quay qua tâm O và vuông góc với mặt phẳng vành là



A. 0,045 kg.m$^2$ B. 0,063 kg.m$^2$

C. 0,056 kg.m$^2$ D. 1,230 kg.m$^2$.

***Giải***

- Momen quán tính của vành tròn:

$$I_1 = MR^2 = 0,5.0,3^2 = 0,045 \text{ (kg.m}^2\text{)}$$

- Momen quán tính của mỗi thanh:

$$I_2 = \frac{1}{12}ml^2 = \frac{1}{12}m(2R)^2$$

$$= \frac{1}{12}.0,3(0,6)^2 = 0,009 \text{ (kg.m}^2\text{)}$$

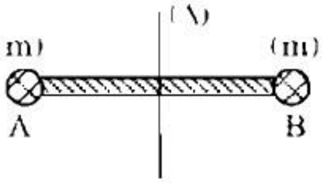
- Momen quán tính có tính cộng nên momen quán tính của vô lăng là:

$$I = I_1 + 2I_2 = 0,045 + 2.0,009$$

$$= 0,045 + 2.0,009 = 0,063 \text{ (kg.m}^2\text{)}$$

*Đáp án:* [B].

**Ví dụ 2:** Một thanh mỏng AB có khối lượng M = 1 kg, chiều dài $l = 2$ m, hai đầu gắn hai viên bi nhỏ khối lượng mỗi viên bi là m = 100 g (Hình vẽ).



Biết đối với thanh mỏng thì $I = \frac{1}{12}Ml^2$

Momen quán tính của hệ đối với đường trung trực (Δ) của thanh là

A. 0,53 (kg.m²) B. 0,64 (kg.m²)

C. 1,24 (kg.m²) D. 0,88 (kg.m²).

**_Giải_**

- Momen quán tính của thanh AB:

$$I_1 = \frac{1}{12}Ml^2 = \frac{1}{12}.1.2^2 = \frac{1}{3}\ (\text{kg.m}^2)$$

- Momen quán tính của hai viên bi:

$$I_2 = 2(mr^2) \text{ với } r = \frac{l}{2} = 1\ (\text{m})$$

$$= 2(0,1.1^2) = 0,2\ (\text{kg.m}^2)$$

- Momen quán tính của hệ:

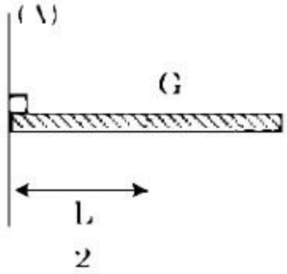
$$I = I_1 + I_2 = \frac{1}{3} + 0,2 \approx 0,53\ (\text{kg.m}^2)$$

*Đáp án:* [A].

**Ví dụ 3:** Theo định lí về trục song song (định lí Stenơ) thì momen quán tính của vật rắn đối với trục (Δ) là:

$$I_{\Delta} = I_G + M.h^2$$

trong đó.



- $I_G$ là momen quán tính của vật rắn đối với trục đi qua khối tâm G và song song với trục (Δ)
- M là khối lượng vật rắn.
- h là khoảng cách giữa hai trục.

Có một thanh khối lượng M, chiều dài L. Biết momen quán tính của thanh đối với trục đối xứng đi qua khối tâm G là $I_G = \frac{1}{12}ML^2$ thì momen quán tính của thanh đối với trục (Δ) vuông góc với thanh và đi qua đầu thanh là

A. $\frac{1}{6}ML^2$ B. $ML^2$ C. $\frac{1}{3}ML$ D. $\frac{1}{2}ML^2$

## Giải

Theo định lí *Steno*:

$$I_{(M)} = I_{(G)} + M.h^2$$

$$= \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{3}ML$$

*Đáp án:* [C].

## DẠNG 2: MOMEN LỰC ĐỐI VỚI TRỤC QUAY

Công thức: $\mathcal{M} = \pm F.d$

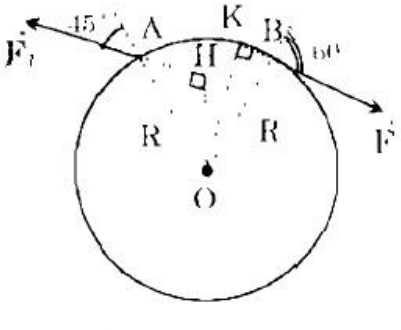
- F là độ lớn của lực $\vec{F}$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục quay
- d là khoảng cách giữa đường tác dụng của lực $\vec{F}$ và *trục quay*
- Dấu + nếu lực làm cho vật có xu hướng quay theo chiều dương
- Dấu – nếu lực làm cho vật có xu hướng quay theo chiều âm.
- Đơn vị $\mathcal{M}$ là N.m

**Ví dụ:** Một bánh xe có bán kính R = 50 cm bị tác dụng bởi hai lực $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ có điểm đặt tại A và B trên vành bánh xe như hình vẽ với $F_1 = 10\sqrt{2}$ N, $F_2 = 20\sqrt{3}$ N.

Độ lớn của momen lực tổng hợp đối với trục quay O do hai lực gây ra là

A. 5 N.m B. 15 N.m C. 8 N.m D. 10 N.m.

## Giải



- Momen lực $\vec{F_1}$ đối với O có độ lớn

$$\mathcal{M}_1 = F_1.OH = F_1.R\sin45^0$$

$$= 10\sqrt{2}.0,5.\frac{\sqrt{2}}{2} = 5\ (N.m)$$

- Momen lực $\vec{F_2}$ đối với O có độ lớn

$$\mathcal{M}_2 = F_2.OK = F_2.R\sin60^0$$

$$= 20\sqrt{3}.0,5.\frac{\sqrt{3}}{2} = 15\ (N.m)$$

- Vì 2 lực $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ có xu hướng làm bánh xe quay theo hai chiều ngược nhau nên momen của chúng ngược dấu nhau.

Vậy độ lớn của momen lực tổng hợp là

$$\mathcal{M} = |\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2| = |5 - 15| = 10\ (N.m)$$

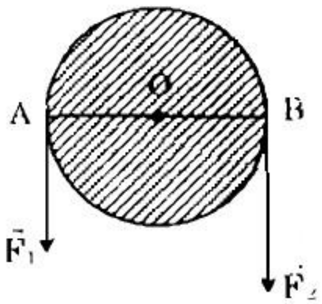
*Đáp án:* [D].

## DẠNG 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC CỦA VẬT RẮN QUAY

Công thức: $\mathfrak{M} = I\gamma$

- $\mathfrak{M}$ là momen lực đối với trục quay
- I là momen quán tính của vật
- $\gamma$ là gia tốc góc quay

**Ví dụ 1:** Một đĩa tròn bán kính R = 30 cm, khối lượng M = 2 kg quay quanh trục nằm ngang qua khối tâm O của đĩa. Tác dụng hai lực cùng chiều $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ tiếp xúc với vành đĩa tại hai đầu đường kính AB với độ lớn $F_1 = 10$ N, $F_2 = 12$ N



Tốc độ góc và số vòng quay được sau thời gian t = 30 s kể từ lúc đĩa bắt đầu quay là

A. 200 rad/s; 478 vòng B. 200 rad/s; 3000 vòng

C. 100 rad/s; 478 vòng D. 100 rad/s; 3000 vòng.

### *Giải*

- Momen quán tính của đĩa:

$$I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}.2.(0,3)^2$$

$$= 9.10^{-2}\ (\mathrm{kg.m^2})$$

- Momen lực quay tổng hợp:

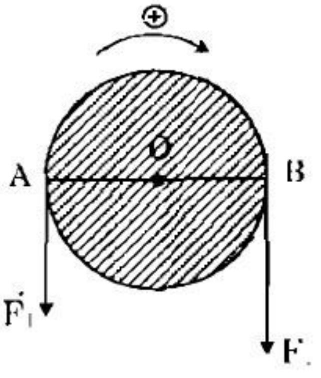
$$\mathfrak{M} = -F_1.R + F_2.R = -10.0,3 + 12.0,3 = 0,6\ (\mathrm{N})$$

- Theo phương trình động lực học:

$$\mathfrak{M} = I.\gamma \rightarrow \gamma = \frac{\mathfrak{M}}{I} = \frac{0,6}{9.10^{-2}} = \frac{20}{3}\ (\mathrm{rad/s^2})$$

- Tốc độ góc: $\omega = \omega_0 + \gamma.t$

$$= 0 + \frac{20}{3}.30 = 200\ (\mathrm{rad/s})$$



- Góc quay: $\varphi = \omega_0.t + \frac{1}{2}\gamma.t^2$

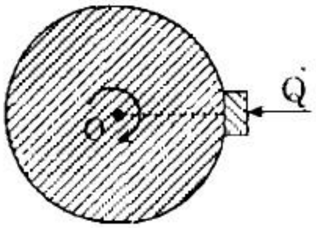
$$= 0 + \frac{1}{2}.\frac{20}{3}(30)^2$$

$$= 3000\ (\mathrm{rad})$$

$$= \frac{3000}{2\pi}\ (\text{vòng}) \approx 478\ (\text{vòng})$$

*Đáp án:* [A].

**Ví dụ 2:** Một đĩa đồng chất bán kính R = 10 cm khối lượng M = 200 g quay quanh trục đối xứng qua tâm O của đĩa. Khi đã đạt tốc độ góc $\omega_0 = 30$ vòng/s thì ta hãm nó bằng cách áp một má phanh vào mép đĩa với lực $\vec{Q}$ theo phương của đường kính (Hình vẽ). Sau thời gian 2 phút đĩa dừng lại. Biết hệ số ma sát của má phanh lên mép đĩa là $\mu = 0,5$.



Số vòng quay của đĩa kể từ lúc hãm và độ lớn của lực hãm $\vec{Q}$ là

A. 1800 vòng; 6,28 N
B. 1800 vòng; $3,14.10^{-2}$ N
C. 900 vòng; 6,28 N
D. 900 vòng; $3,14.10^{-2}$ N.

### *Giải*

- Gia tốc góc quay:

$$\gamma = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 30}{120} = -0,25\ (\text{vòng/s}^2)$$

- Góc quay:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2 = 30.120 + \frac{1}{2}(-0,25)(120)^2$$

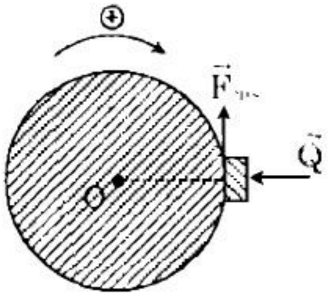
$$= 1800\ (\text{vòng})$$

- Dưới tác dụng của lực $\vec{Q}$, đĩa bị tác dụng lực ma sát ($\vec{F}_{ms}$) tiếp xúc với vành đĩa

- Momen lực ma sát:

$$\mathfrak{M} = -F_{ms}.R = -\mu Q.R$$

Theo phương trình động lực học:



$$\mathfrak{M} = I.\gamma$$

$$-\mu QR = I.\gamma$$

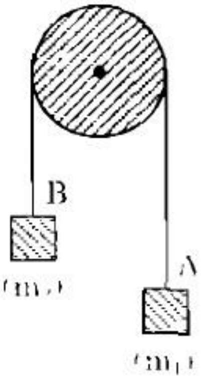
$$Q = -\frac{I.\gamma}{\mu R}$$

với:
$$\begin{cases} + I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}0.2.(0.1)^2 = 10^{-3}\ (\text{kg.m}^2) \\ + \gamma = -0,25\ (\text{vòng/s}^2) = -0,25.2\pi\ (\text{rad/s}^2) \\ \quad = -1.57\ (\text{rad/s}^2) \\ + \mu = 0,5 \\ + R = 0,1\ m \end{cases}$$

Ta được: $Q = \frac{10^{-4}.(1,57)}{0,5.0,1} = 3,14.10^{-3}$ (N)

*Đáp án:* [B].

**Ví dụ 3:** Xét một hệ thống như hình vẽ gồm



Ròng rọc là một đĩa tròn bán kính R, momen quán tính là I.

- Sợi dây AB không dãn, khối lượng không đáng kể vắt qua rãnh của ròng rọc.
- Hai vật nặng A và B treo ở hai đầu dây khối lượng $m_1$ và $m_2$ ($m_1 > m_2$)

Thả cho hai vật nặng chuyển động.

Gia tốc rơi tự do là g.

Gia tốc chuyển động của mỗi vật là

A. $a = \frac{(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}}$ B. $a = \frac{(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2 - \frac{I}{R^2}}$

C. $a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 - m_2 + \frac{I}{R}}$ D. $a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R}}$

## Giải

Sau khi thả, vì vật A nặng hơn nên đi xuống, vật B đi lên và ròng rọc quay theo chiều như hình vẽ.

Chọn chiều dương là chiều chuyển động của mỗi vật

+ Hai vật A và B chuyển động thẳng biến đổi đều cùng gia tốc a (độ lớn) nên:

Đối với vật A: $m_1g - T_1 = m_1a$

Đối với vật B: $-m_2g + T_2 = m_2a$ $\Rightarrow (m_1 - m_2)g - T_1 + T_2 = (m_1 + m_2)a$

$$T_1 - T_2 = (m_1 - m_2)g - (m_1 + m_2)a \qquad (1)$$

+ Hai lực căng dây $T_1$ và $T_2$ tác dụng lên ròng rọc tạo ra momen lực tổng hợp:

$$\mathcal{M} = T_1R - T_2R = (T_1 - T_2)R$$

mà $\mathcal{M} = I\gamma$

nên $(T_1 - T_2)R = I\gamma$

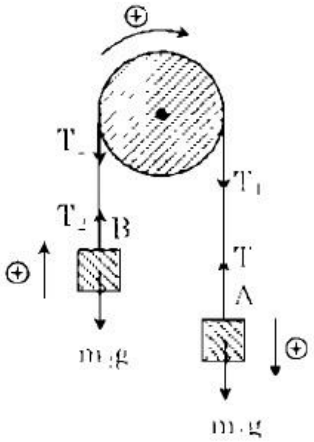
$$T_1 - T_2 = \frac{I}{R}\gamma \qquad (2)$$

Chú ý rằng gia tốc a của vật A, B cũng là gia tốc tại điểm tiếp xúc giữa sợi dây và ròng rọc và đó là gia tốc tiếp tuyến $a_t$ của ròng rọc:

$$a = a_t = R\gamma$$

$$\rightarrow \gamma = \frac{a}{R} \text{ và thay vào (2)}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{I}{R}\frac{a}{R} = \frac{I}{R^2}.a \qquad (3)$$



(1) và (3) cho:

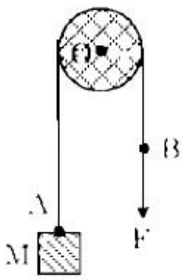
$$(m_1 - m_2)g - (m_1 + m_2)a = \frac{I}{R^2}a$$

$$\boxed{a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}}}$$

*Đáp án.* [C]

**Ví dụ 4:** Xét một hệ thống như hình vẽ gồm.

- Ròng rọc là một đĩa tròn có khối lượng m = 1 kg có thể quay không ma sát xung quanh trục qua O.
- Dây AB vắt qua ròng rọc (khối lượng không đáng kể và không co dãn)
- Vật nặng M = 2 kg treo ở đầu dây A
- Lực $\vec{F}$ hướng thẳng đứng xuống dưới tác dụng ở đầu B của dây để kéo vật A lên với F = 25 N. Lấy g = 10 m/s$^2$.



Gia tốc a của vật nặng và sức căng dây T ở đoạn treo vật nặng là

A. a = 1 m/s$^2$, T = 24 N B. a = 1 m/s$^2$, T = 12 N

C. a = 2 m/s$^2$, T = 12 N D. a = 2 m/s$^2$, T = 24 N

## Giải

- Đối với vật nặng:

$$M\vec{g} + \vec{T} = M.\vec{a} \qquad (1)$$

- Đối với ròng rọc:

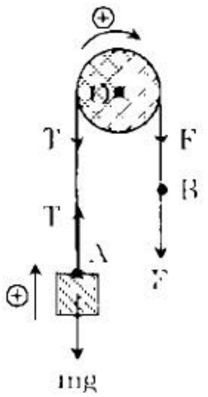
$$\mathfrak{M} = (F - T)R = I\gamma$$

$$\Rightarrow F - T = \frac{I}{R}\gamma$$

với $\quad a = a_t = R.\gamma$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{a}{R}$$

nên: $\quad F - T = \frac{I}{R^2}a \qquad (2)$



Cộng (1) và (2): $F - Mg = (M + \frac{I}{R^2})a$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{F - Mg}{M + \frac{I}{R^2}}}$$

với $I = \frac{1}{2}mR^2 \Rightarrow \frac{I}{R^2} = \frac{m}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ (kg)

Vậy: $a = \frac{25 - 2.10}{2 + 0{,}5} = 2$ (m/s$^2$)

(1) $\Rightarrow T = M(g + a) = 2(10 + 2) = 24$ (N)

*Đáp án:* [D].

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**2.1.** Với cùng một lực, cùng phương tác dụng, nếu điểm đặt càng xa trục quay thì tác dụng làm vật quay

A. càng mạnh

B. càng yếu

C. vẫn không đổi

D. có thể càng mạnh hoặc càng yếu.

**2.2.** Đại lượng nào sau đây đặc trưng cho tác dụng làm quay của lực lên một vật rắn có trục quay cố định?

A. Momen quán tính          B. Khối lượng

C. Momen lực          D. Lực.

**2.3.** Khi lực tác dụng lên chất điểm với cùng momen $\mathfrak{M}$, nếu momen quán tính I của chất điểm đối với trục quay càng lớn thì vận tốc góc của chất điểm

A. thay đổi càng nhiều

B. thay đổi càng ít

C. không thay đổi

D. thay đổi nhiều hay ít tùy thuộc vào tốc độ góc ban đầu.

**2.4.** Chọn câu **đúng**

Momen lực

A. luôn luôn có giá trị dương

B. có giá trị dương khi lực có xu hướng làm vật quay nhanh dần và có giá trị âm khi lực có xu hướng làm vật quay chậm dần

C. có giá trị dương khi lực có xu hướng làm vật quay theo chiều dương quy ước và có giá trị âm khi lực có xu hướng làm vật quay theo chiều âm

D. có giá trị dương khi lực làm vật quay cùng chiều kim đồng hồ và giá trị âm khi lực làm vật quay ngược chiều kim đồng hồ.

**2.5.** Một chất điểm khối lượng m không đổi chuyển động trên một quỹ đạo tròn bán kính r với gia tốc góc $\gamma$. Nếu bán kính r tăng lên 2 lần và gia tốc góc giảm đi 2 lần thì momen lực.

A. không đổi　　　　B. tăng lên 4 lần

C. giảm đi 2 lần　　　　D. tăng lên 2 lần.

**2.6.** Chọn câu **sai** khi nói về momen quán tính của vật rắn.

A. Momen quán tính của vật rắn đối với một trục đặc trưng cho mức quán tính của vật rắn đối với trục quay đó

B. Momen quán tính của vật rắn đối với trục quay bằng tổng momen quán tính của các phần của vật đối với trục quay đó

C. Độ lớn của momen quán tính của một vật rắn phụ thuộc sự phân bố các phần của vật đối với trục quay.

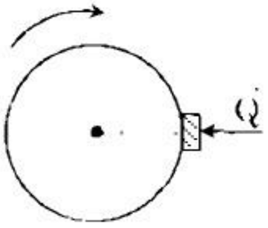
D. Vật là đồng chất thì momen quán tính của vật phụ thuộc vào khối lượng và hình dạng của vật.

**2.7.** Một chất điểm có khối lượng 100 g chuyển động trên đường tròn bán kính 50 cm do tác dụng của một lực có momen là 0,60 N.m

Gia tốc góc của chất điểm là

A. 20 rad/$s^2$　　　B. 15 rad/$s^2$　　　C. 24 rad/$s^2$　　　D. 18 rad/$s^2$

**2.8.** Một bánh xe có bán kính R = 60 cm, momen quán tính I = 0,45 kg.$m^2$ đang quay với tốc độ góc $\omega_o$ = 10 rad/s thì ta hãm nó bằng cách áp một má phanh vào vành với lực Q = 8 N có phương qua tâm O của bánh xe (Hình vẽ). Hệ số ma sát giữa má phanh và vành là K = 0,2. Kể từ lúc hãm bánh xe dừng lại sau:



A. 5 s　　　B. 3 s　　　C. 7 s　　　D. 10 s

**2.9.** Một rôto có momen quán tính 0,1 kg.$m^2$ chịu tác dụng của momen lực 0,94 N.m trong khoảng thời gian t thì tăng tốc độ góc từ 1300 vòng/phút lên 1000 vòng/phút. Thời gian t là:

A. 20 s　　　B. 30 s　　　C. 35 s　　　D. 50 s

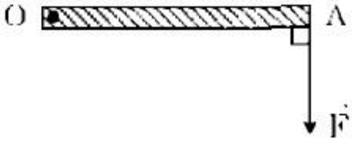
**2.10.** Một chất điểm chuyển động trên đường tròn bán kính 50 cm đang quay với tốc độ góc 80 rad/s thì chuyển động chậm dần với gia tốc góc không đổi và dừng lại sau khi quay thêm được 20 vòng nữa do tác dụng của momen lực cản 3,19 N.

Khối lượng của chất điểm là.

A. 0,2 kg　　　B. 0,3 kg　　　C. 0,4 kg　　　D. 0,5 kg

**2.11.** Một thanh đồng chất OA chiều dài $l = 5$ m khối lượng M = 60 kg có thể quay trong mặt phẳng nằm ngang quanh trục thẳng đứng qua O (Hình vẽ). Ban đầu thanh đứng yên. Ta tác dụng vào đầu A một lực F vuông góc với thanh thì thanh sẽ quay nhanh dần đều. Khi thanh quay được góc $30^0$ thì tốc độ dài của đầu A là 0,1 m/s. Biết momen quán tính của thanh đối với trục O là $I = \frac{1}{3}Ml^2$. Độ lớn lực F là

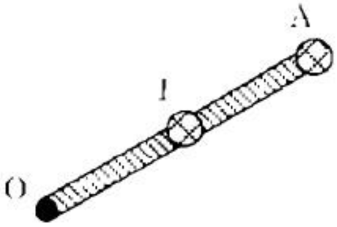
A. F = 1,225 N
B. F = 0,744 N
C. F = 0,038 N
D. F = 0,526 N



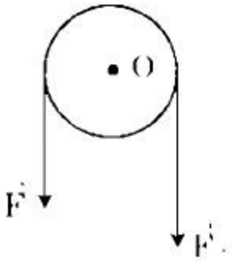
**2.12.** Một thanh mảnh OA có khối lượng M = 300 g chiều dài L = 1 m. Tại đầu A và trung điểm I của thanh có gắn hai quả cầu nhỏ khối lượng mỗi quả là m = 200 g (Hình vẽ). Biết momen quán tính của thanh đối với trục quay qua đầu O là $I = \frac{1}{3}ML^2$.

Momen quán tính của hệ (thanh và hai quả cầu) đối với trục quay O là:

A. I = 0,35 kg.m$^2$
B. I = 0,10 kg.m$^2$
C. I = 0,05 kg.m$^2$
D. I = 0,20 kg.m$^2$



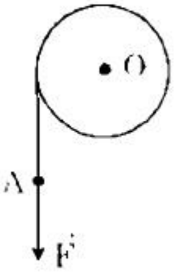
**2.13.** Một ròng rọc có bán kính R = 20 cm, momen quán tính đối với trục quay O là I = 0,5 kg.m$^2$. Vắt qua ròng rọc một đoạn dây nhẹ, không dãn, hai đầu dây được kéo bởi hai lực $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ cùng phương thẳng đứng và hướng xuống như hình vẽ, có độ lớn $F_1 = 5$ N, $F_2 = 10$ N.



Gia tốc tiếp tuyến của một điểm trên vành ròng rọc là

A. $a_t = 0,5$ m/s$^2$
B. $a_t = 0,4$ m/s$^2$
C. $a_t = 1,0$ m/s$^2$
D. $a_t = 2,0$ m/s$^2$.

**2.14.** Một ròng rọc khối lượng M = 500 g. Ròng rọc có thể quay xung quanh một trục nằm ngang qua tâm O nhờ lực kéo F = 0,3 N đặt ở đầu A của đoạn dây quấn vào ròng rọc như hình vẽ.

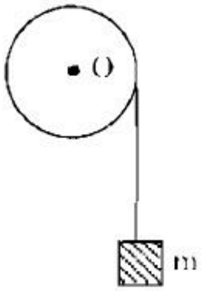


Biết momen quán tính của ròng rọc đối với trục quay O cho bởi công thức $I = \frac{1}{2}MR^2$, với R là bán kính ròng rọc. Gia tốc chuyển động thẳng của đầu A là:

A. $a_A = 0,6\ m/s^2$ B. $a_A = 1,8\ m/s^2$

C. $a_A = 0,3\ m/s^2$ D. $a_A = 1,2\ m/s^2$

**2.15.** Một hình trụ có momen quán tính I và bán kính R có thể quay quanh một trục nằm ngang tại tâm O như hình vẽ. Một dây được quấn vào hình trụ, đầu dây mang vật nặng có khối lượng m. Bỏ qua khối lượng của dây và ma sát ở trục.

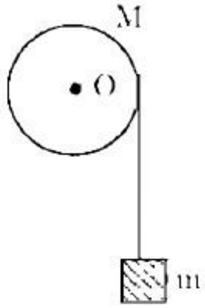


Gia tốc góc của hình trụ khi thả vật m được tính bởi công thức:

A. $\gamma = \frac{mg}{I + mR^2}$ B. $\gamma = \frac{I + mR^2}{mg}$

C. $\gamma = \frac{Rmg}{I + mR^2}$ D. $\gamma = \frac{Img}{I + mR}$

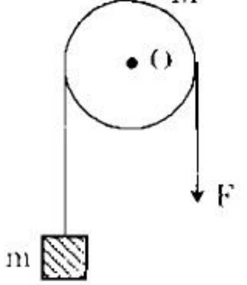
**2.16.** Một hình trụ đặc có khối lượng M = 500 g có thể quay quanh một trục như hình vẽ. Một dây được quấn vào hình trụ, đầu dây mang vật nặng khối lượng m = 250 g. Bỏ qua khối lượng dây và ma sát ở trục. Biết momen quán tính của hình trụ đặc được tính bởi công thức $I = \frac{1}{2}MR^2$ với R là bán kính của tiết diện hình trụ. Lấy $g = 10\ m/s^2$. Thả vật m để nó chuyển động. Sức căng dây là



A. T = 1,25 N B. T = 1,50 N

C. T = 2,00 N D. T = 2,50 N.

**2.17.** O là ròng rọc cố định. Ta dùng lực F = 4 N để kéo đầu một dây vắt qua ròng rọc để nâng vật có khối lượng m = 300 g. Biết ròng rọc có bán kính R = 20 cm và momen quán tính đối với trục quay O là $I = 0,068\ kg.m^2$. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

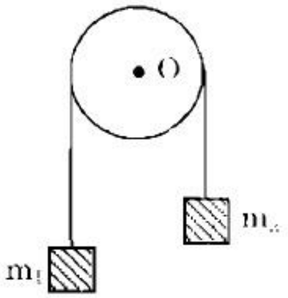


Gia tốc góc quay của ròng rọc là

A. $\gamma = 3,0\ rad/s^2$ B. $\gamma = 2,5\ rad/s^2$

C. $\gamma = 1,8\ rad/s^2$ D. $\gamma = 1,5\ rad/s^2$.

**2.18.** Một ròng rọc có bán kính R, momen quán tính đối với trục quay O là I. Một dây không dãn, khối lượng không đáng kể được vắt qua ròng rọc, hai đầu dây mang hai vật nặng có khối lượng lần lượt $m_1$, $m_2$ như hình vẽ với $m_1 > m_2$.



Gọi g là gia tốc trọng trường. Sau khi thả, hai vật chuyển động. Biểu thức tính gia tốc của mỗi vật có độ lớn là:

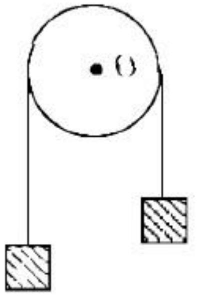
A. $a = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{R}} \cdot g$    B. $a = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{R^2}} \cdot g$

C. $a = \dfrac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + \dfrac{I}{R^2}} \cdot g$    D. $a = \dfrac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2 + \dfrac{I}{R^2}} \cdot g$

**2.19.** Ròng rọc là một đĩa tròn đồng chất có khối lượng 400 g. Sợi dây mảnh, không dãn vắt qua ròng rọc, hai đầu dây có treo hai vật nặng khối lượng lần lượt là 500 g và 300 g (Hình vẽ).

Biết momen quán tính của đĩa tròn tính bởi công thức $I = \dfrac{1}{2}MR^2$. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

Sau khi thả cho hệ hai vật nặng chuyển động thì gia tốc của chúng có độ lớn là:

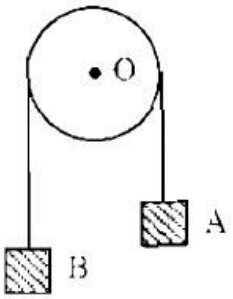


A. $a = 1\ m/s^2$    B. $a = 2\ m/s^2$

C. $a = 1,5\ m/s^2$    D. $a = 2,5\ m/s^2$.

**2.20.** Xét một hệ thống gồm:

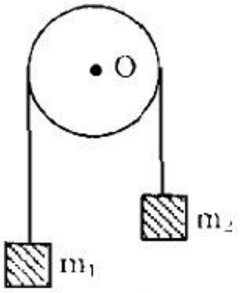
- Ròng rọc là một đĩa tròn có khối lượng M = 100 g
- Sợi dây AB không dãn và khối lượng không đáng kể vắt qua ròng rọc
- Hai vật nặng A và B khối lượng lần lượt $m_1 = 300$ g và $m_2 = 150$ g treo ở hai đầu dây. Lấy $g = 10\ m/s^2$. Biết momen quán tính của đĩa tròn là $I = \dfrac{1}{2}MR^2$. Thả cho hệ chuyển động không vận tốc đầu. Quãng đường đi được của mỗi vật sau thời gian 4 s kể từ lúc thả là.



A. S = 24 m    B. S = 12 m

C. S = 20 m    D. Một đáp số khác

**2.21.** Một hình trụ rỗng có khối lượng $M = 0{,}2$ kg có thể quay quanh một trục nằm ngang. Vắt qua hình trụ này một đoạn dây không dãn, khối lượng không đáng kể, hai đầu treo hai vật nặng khối lượng $m_1 = 0{,}8$ kg và $m_2 = 0{,}5$ kg



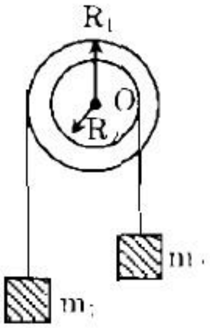
Biết momen quán tính của hình trụ rỗng là $I = MR^2$. Lấy $g = 10$ m/s$^2$.

Thả cho các vật chuyển động thì sức căng dây ở hai đoạn dây treo hai vật lần lượt là:

A. $T_1 = 8{,}6$ N; $T_2 = 4{,}2$ N B. $T_1 = 6{,}4$ N; $T_2 = 4{,}2$ N

C. $T_1 = 8{,}6$ N; $T_2 = 6{,}0$ N D. $T_1 = 6{,}4$ N; $T_2 = 6{,}0$ N.

**2.22.** Một ròng rọc có hai rãnh với bán kính lần lượt là $R_1$ và $R_2$ mà $R_1 = 2R_2$. Mỗi rãnh có một dây không dãn quấn vào, đầu tự do mang vật nặng như hình vẽ.

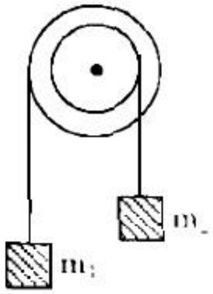


Thả cho các vật chuyển động. Biết gia tốc của vật $m_1$ (ứng với bán kính $R_1$) là $a_1 = 2$ m/s$^2$ thì gia tốc của vật $m_2$ là:

A. $a_2 = 1$ m/s$^2$ B. $a_2 = 4$ m/s$^2$

C. $a_2 = 2$ m/s$^2$ D. $a_2 = 8$ m/s$^2$.

**2.23.** Một ròng rọc có hai rãnh với bán kính $R_1$, $R_2$ ($R_1 > R_2$), mỗi rãnh có một dây không dãn quấn vào, đầu kia mang các vật nặng $m_1$ và $m_2$ như hình vẽ ($m_1 > m_2$).



Momen quán tính của ròng rọc là I và gia tốc trọng trường là g.

Thả cho hệ chuyển động thì gia tốc góc của ròng rọc là:

A. $\gamma = \dfrac{m_1R_1 + m_2R_2}{m_1R_1^2 + m_2R_2^2 + I}.g$ B. $\gamma = \dfrac{m_1R_1^2 + m_2R_2^2}{m_1R_1 + m_2R_2 + I}.g$

C. $\gamma = \dfrac{m_1R_1 - m_2R_2}{m_1R_1^2 + m_2R_2^2 + I}.g$ D. $\gamma = \dfrac{m_1R_1.m_2R_2}{m_1R_1 - m_2R_2 + I}.g$

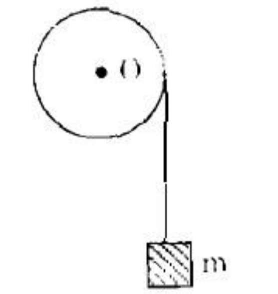
**2.24.** Đặt vào bánh xe có bán kính $r = 0{,}5$ m và có momen quán tính $I = 20$ kgm$^2$ một momen lực không đổi $M = 50$ N.m. Cho biết lúc đầu bánh xe đứng yên

Tốc độ dài của một điểm trên vành bánh xe sau khi bánh xe bắt đầu chuyển động được 10 s là:

A. $v = 6{,}25$ m/s B. $v = 12{,}50$ m/s

C. $v = 8{,}40$ m/s D. $v = 2{,}32$ m/s.

**2.25.** Một hình trụ đặc có momen quán tính I, bán kính R = 10 cm quay xung quanh một trục nằm ngang trùng với trục của hình trụ. Trên hình trụ có quấn một sợi dây không dãn khối lượng không đáng kể. Đầu tự do của dây có treo vật nặng khối lượng m = 20 kg (hình vẽ)



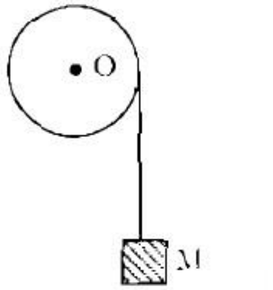
Thả cho vật chuyển động. Gia tốc chuyển động của vật là 2,8 m/s$^2$. Lấy g = 9,8 m/s$^2$.

Momen quán tính I của hình trụ là:

A. I = 0,4 kgm$^2$ B. I = 1,0 kgm$^2$

C. I = 0,8 kgm$^2$ D. I = 0,5 kgm$^2$.

**2.26.** Một ròng rọc được quấn bằng dây không dãn, đầu tự do của dây treo vật nặng M = 2 kg. Bán kính ròng rọc là R = 20 cm. Thả cho vật chuyển động thẳng đứng thì sau thời gian 2 s ròng rọc quay được góc φ = 10 rad. Lấy g = 10 m/s$^2$. Momen quán tính của ròng rọc là:



A. I = 0,72 kgm$^2$ B. I = 1,8 kgm$^2$

C. I = 5,0 kgm$^2$ D. I = 2,5 kgm$^2$.

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**2.1.** Đáp án: [A]

**2.2.** Đáp án: [C]

**2.3.** Đáp án: [B]

Gia tốc góc quay: $\gamma = \frac{M}{I}$

Nếu I càng lớn thì γ càng nhỏ

Mà $\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ nên γ càng nhỏ thì Δω càng nhỏ tức vận tốc góc ω thay đổi càng ít.

**2.4.** Đáp án: [C]

**2.5.** Đáp án: [D]

$$M = I.\gamma = m\,r^2.\gamma$$

r tăng 2 lần và γ giảm 2 lần thì M tăng 2 lần.

**2.6.** Đáp án. [D]

D: Sai, vì momen quán tính của vật không những phụ thuộc vào khối lượng và hình dạng mà còn phụ thuộc vào kích thước của vật nữa

**2.7.** Đáp án: [C]

$$M = I\gamma \quad \text{với } I = mr^2 = mr^2\gamma$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{M}{mr^2} = \frac{0{,}60}{0{,}1\,(0{,}5)^2} = 24\ (\text{rad/s}^2)$$

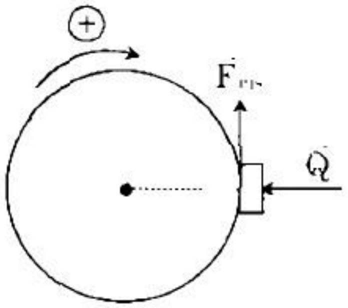
**2.8.** Đáp án: [A]

- Áp lực Q gây ra lực ma sát có độ lớn $F_{ms} = K.Q$
- Chọn chiều dương là chiều quay của bánh xe thì lực ma sát tạo ra momen lực có giá trị âm:

$$M = -F_{ms}.R = -KQR$$

- Gia tốc góc quay của bánh xe:

$$\gamma = \frac{M}{I} = -\frac{KQR}{I}$$



Với $\gamma = \frac{\omega - \omega_0}{t} = -\frac{\omega_0}{t}$ (vì $\omega = 0$)

Vậy $-\frac{KQR}{I} = -\frac{\omega_0}{t}$

$$\Rightarrow t = \frac{I\omega_0}{KQR} = \frac{0{,}48.10}{0{,}2.8.0{,}6} = 5\ (\text{s})$$

**2.9.** Đáp án: [B]

Gia tốc góc quay được tính bởi:

$$\gamma = \frac{M}{I}$$

Và $\gamma = \frac{\omega - \omega_0}{t}$

nên $\frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{M}{I} \Leftrightarrow t = \frac{I}{M}(\omega - \omega_0)$

với $\begin{cases} \omega = 4000\dfrac{\text{vòng}}{\text{phút}} = \dfrac{4000.2\pi}{60}\dfrac{\text{rad}}{\text{S}} = \dfrac{400\pi}{3}\dfrac{\text{rad}}{\text{S}} \\ \omega_0 = 1300\dfrac{\text{vòng}}{\text{phút}} = \dfrac{1300.2\pi}{60}\dfrac{\text{rad}}{\text{S}} = \dfrac{130\pi}{3}\dfrac{\text{rad}}{\text{S}} \end{cases}$

Vậy $t = \frac{0{,}1}{0{,}94}.\frac{400\pi - 130\pi}{3} \approx 30\ (\text{S})$

**2.10.** Đáp án: [D]

- $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma.\varphi$

$$\gamma = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} = \frac{0 - 80^2}{2.40\pi} = -\frac{80}{\pi}\ (\text{rad/s}^2)$$

- $M = I.\gamma = m.r^2.\gamma$

$$m = \frac{M}{r^2.\gamma} = \frac{3,19}{(0,5)^2.\left(\frac{80}{\pi}\right)} \approx 0,5\ (kg)$$

**2.11.** Đáp án: [C]

- Tốc độ góc ứng với tốc độ dài V.

$$\omega = \frac{V}{l} = \frac{0.1}{5} = 0,02\ (rad/s)$$

- $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma\varphi$

$$\gamma = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} \text{ với } \varphi = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

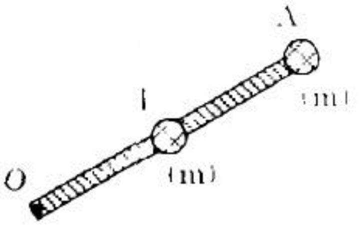
$$= \frac{0,02^2 - 0}{2.\frac{\pi}{6}} = \frac{12.10^{-4}}{\pi}\ (rad/s^2)$$

- $M = F.l = I.\gamma$ với $I = \frac{1}{3}Ml^2$

$$F.l = \frac{1}{3}M.l^2.\gamma$$

$$F = \frac{1}{3}M.l.\gamma = \frac{1}{3}.60.5.\frac{12.10^{-4}}{\pi} \approx 0,038\ (N)$$

**2.12.** Đáp án: [A]



- Momen quán tính của thanh

$$I_1 = \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3}.0,3.1^2 = 0,1\ (kg.m^2)$$

- Momen quán tính của quả cầu ở I:

$$I_2 = m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}m.L^2 = \frac{1}{4}.0,2.1^2 = 0,05\ (kg.m^2)$$

- Momen quán tính của quả cầu ở đầu A:

$$I_3 = m.L^2 = 0,2.1^2 = 0,2\ (kg.m^2)$$

Vì momen quán tính có tính chất cộng nên:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \approx 0,35\ (kg.m^2)$$

**2.13.** Đáp án: [B]

- Chọn chiều dương như hình vẽ thì momen lực do 2 lực $F_1$ và $F_2$ gây ra là:

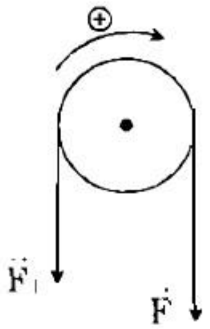
$$M = -F_1.R + F_2.R = (F_2 - F_1).R$$

- Theo phương trình chuyển động của vật rắn quay thì:

$$M = I.\gamma$$

nên $(F_2 - F_1).R = I.\gamma$

$$\gamma = \frac{(F_2 - F_1).R}{I} = \frac{(10-5).0,2}{0,5} = 2 \ (\text{rad/s}^2)$$

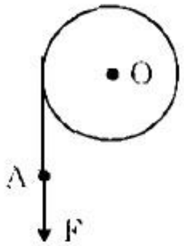


- Gia tốc tiếp tuyến

$$a_t = R.\gamma = 0,2.2 = 0,4 \ (\text{m/s}^2)$$

**2.14.** Đáp án: [D]

- $M = F.R = I.\gamma \Rightarrow \gamma = \frac{F.R}{I}$
- Gia tốc chuyển động thẳng của đầu A của dây cũng là gia tốc tiếp tuyến của một điểm trên vành ròng rọc:



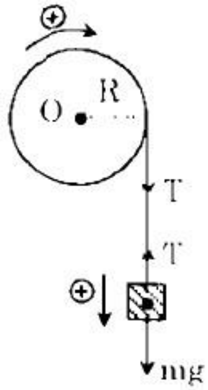
$$a_A = a_t = R.\gamma = R^2\frac{F}{I} \quad \text{với } I = \frac{1}{2}MR^2$$

nên $a_A = R^2.\dfrac{F}{\frac{1}{2}MR^2} = \dfrac{2F}{M} = \dfrac{2.0,3}{0,5} = 1,2 \ (\text{m/s}^2)$

**2.15.** Đáp án: [C]

- $M = T.R = I.\gamma \Rightarrow T = \frac{I}{R}.\gamma$ (1)
- $mg - T = m.a$ với $a = a_t = R.\gamma$

nên $mg - T = m.R.\gamma$ (2)



(1) và (2) cho:

$$mg - \frac{I}{R}.\gamma = m.R.\gamma$$

$$\gamma\left(mR + \frac{I}{R}\right) = mg$$

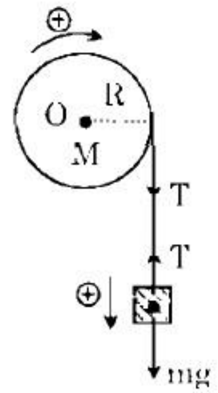
$$\boxed{\gamma = \frac{R.mg}{I + mR^2}} \qquad (3)$$

**2.16.** Đáp án: [A]

Cũng lập luận giống như bài 2.15

$$(3) \Rightarrow \frac{\gamma}{R} = \frac{mg}{I + mR^2}$$

$$(1) \Rightarrow T = \frac{I.mg}{I + mR^2}$$



Thay $I = \frac{1}{2}MR^2$ ta được:

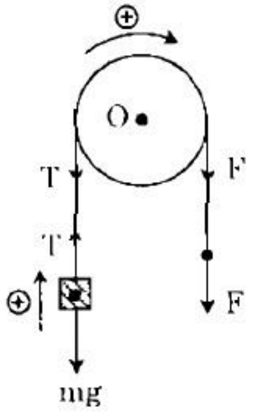
$$T = \frac{mMg}{M + 2m} = \frac{0,25.0,5.10}{0,5 + 2.0,25} = 1,25 \ (\text{N})$$

**2.17.** Đáp án: [B]

- Đối với chuyển động quay của ròng rọc:

$$M = (F - T)R = I.\gamma$$

$$\Rightarrow F - T = \frac{I.\gamma}{R} \qquad (1)$$



- Đối với chuyển động thẳng của vật m:

$$T - mg = m.a$$

với $a = a_t = R.\gamma$ *nên:*

$$T - mg = m.R.\gamma \qquad (2)$$

Cộng (1) và (2):

$$F - mg = \left(\frac{I}{R} - mR\right).\gamma$$

$$\boxed{\gamma = \frac{F - mg}{\frac{I}{R} - m.R}}$$

Thay số: $\gamma = \dfrac{4 - 0,3.10}{\dfrac{0,068}{0,2} + 0,3.0,2} = 2,5\ (rad/s^2)$

**2.18.** Đáp án: [C]

- Chọn các chiều dương như hình vẽ.

Hai sức căng dây $T_1$ và $T_2$ tạo ra momen quay:

$$M = (T_1 - T_2)R$$

Theo phương trình động lực học của vật rắn quay:

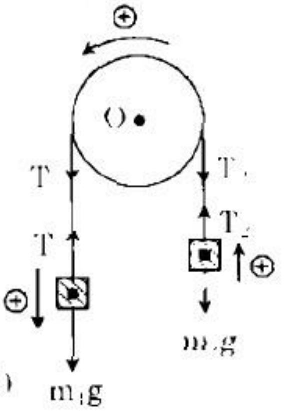
$$M = T\gamma$$

nên $\qquad (T_1 - T_2).R = I.\gamma$

Gọi a là gia tốc của các vật nặng cũng là gia tốc tiếp tuyến của ròng rọc:

$$a = R.\gamma \qquad \text{hay} \quad \gamma = \frac{a}{R}, \text{ do đó:}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{I}{R}.\frac{a}{R} = \frac{I}{R^2}.a \qquad (1)$$



- Đối với vật A: $m_1g - T_1 = m_1a$

$$\Rightarrow T_1 = -m_1a + m_1g \qquad (2)$$

- Đối với vật B: $-m_2g + T_2 = m_2a$

$$\Rightarrow T_2 = m_2a + m_2g \qquad (3)$$

(2) và (3) cho: $T_1 - T_2 = -(m_1 + m_2)a + (m_1 - m_2)g \quad (4)$

(1) và (4) cho: $\frac{I}{R^2}.a = -(m_1 + m_2)a + (m_1 - m_2)g$

Vậy $\boxed{a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}}}$

**2.19.** Đáp án: [B]

Áp dụng công thức ở bài trên [bài 2.18]

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}}g$$

với $I = \frac{1}{2}MR^2 \to \frac{I}{R^2} = \frac{1}{2}M$ nên:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}g = \frac{0,5 - 0,3}{0,5 + 0,3 + \frac{0,1}{2}} = 0,2\ (m/s^2)$$

**2.20.** Đáp án. [A]

- Gia tốc chuyển động của mỗi vật:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}}.g = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}$$

$$= \frac{0,3 - 0,15}{0,3 + 0,15 + \frac{1}{2}0,1}.10 = 3\ (m/s^2)$$

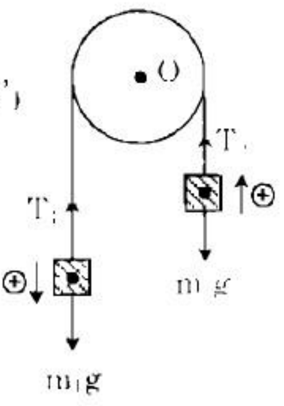
- Quãng đường đi được của mỗi vật:

$$S = \frac{1}{2}a.t^2 = \frac{1}{2}.3.4^2 = 24\ (m)$$

**2.21.** Đáp án: [D]

- Gia tốc $a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}}g$
- Với $I = MR^2 \to \frac{I}{R^2} = M$ nên

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + M}.g = \frac{0,8 - 0,5}{0,8 + 0,5 + 0,2}.10 = 2\ (m/s^2)$$



- Đối với vật $m_1$:

$-T_1 + m_1g = m_1a$

$T_1 = m_1(g - a) = 0,8(10 - 2) = 6,4\ (N)$

- Đối với vật $m_2$:

$T_2 - m_2g = m_2a$

$T_2 = m_2(g + a) = 0,5(10 + 2) = 6,0\ (N)$

**2.22.** Đáp án: [A]

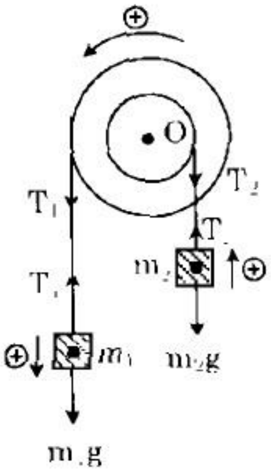
Gia tốc của các vật cũng là gia tốc tiếp tuyến của các rãnh nên:

$$a_1 = R_1.\gamma;\ a_2 = R_2.\gamma$$

Lập tỉ số: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{R_1}{R_2} = 2 \quad \rightarrow a_2 = \frac{a_1}{2} = 1\ (m/s^2)$

**2.23.** Đáp án: [C]

Chú ý rằng vì $m_1R_1 > m_2R_2$ nên sau khi thả, vật $m_1$ chạy xuống còn $m_2$ chạy lên.



Chọn các chiều dương như hình vẽ.

Ta có:

- $T_1.R_1 - T_2R_2 = I.\gamma \qquad (1)$
- $m_1g - T_1 = m_1a_1 = m_1R_1.\gamma$

  $\rightarrow T_1 = m_1g - m_1R_1\gamma$
- $-m_2g + T_2 = m_2a_2 = m_2R_2\gamma$

  $\rightarrow T_2 = m_2g + m_2R_2\gamma$

Thế $T_1$ và $T_2$ vào (1):

$$(m_1g - m_1R_1\gamma)R_1 - (m_2g + m_2R_2\gamma)R_2 = I.\gamma$$

$$(m_1R_1 - m_2R_2)g = \left(m_1R_1^2 + m_2R_2^2 + I\right).\gamma$$

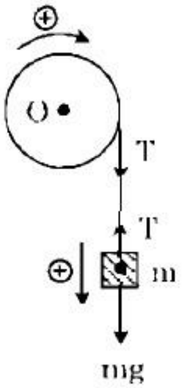
$$\boxed{\gamma = \frac{m_1R_1 - m_2R_2}{m_1R_1^2 + m_2R_2^2 + I}g}$$

**2.24.** Đáp án: [B]

- $\gamma = \frac{M}{I} = \frac{50}{20} = 2,5\ (rad/s^2)$
- $\omega = \gamma t = 2,5t$
- $v = \omega.r = 2,5.t.0,5 = 1,25.t$

Lúc t = 10 s: $v = 1,25.10 = 12,5\ (m/s)$

**2.25.** Đáp án: [D]



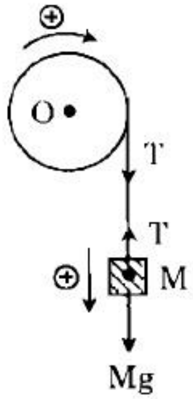
- Có $-T + mg = m.a$

  $T = m(g - a) = 20(9,8 - 2,8) = 140\ (N)$
- $a = \gamma.R$

  $\rightarrow \gamma = \frac{a}{R} = \frac{2,8}{0,1} = 28\ (rad/s^2)$
- $M = T.R = I.\gamma$

  $\rightarrow I = \frac{T.R}{\gamma} = \frac{140.0,1}{28} = 0,5\ (kg.m^2)$

**2.26.** Đáp án: [A]



- $\varphi = \frac{1}{2}\gamma t^2 \rightarrow \gamma = \frac{2\varphi}{t^2} = \frac{2.10}{2^2} = 5$ (rad/s²)
- $a = R.\gamma = 0{,}2.5 = 1$ (m/s²)
- $Mg - T = M.a$

  $\rightarrow T = M(g - a) = 2(10 - 1) = 18$ (N)
- $T.R = I.\gamma \rightarrow I = \frac{T.R}{\gamma} = \frac{18.0{,}2}{5} = 0{,}72$ (kgm²)

# 3. MOMEN ĐỘNG LƯỢNG – ĐỘNG NĂNG CỦA VẬT RẮN QUAY

## TÓM TẮT LÍ THUYẾT

**1. Momen động lượng của vật rắn**

- Momen động lượng của vật rắn đối với trục quay là đại lượng đặc trưng cho chuyển động của vật rắn có momen quán tính I đối với trục quay.
- Công thức: $L = I.\omega$
- Đơn vị: trong hệ SI đơn vị của L là $kg.m^2s^{-1}$
- Dạng khác của phương trình động lực học của vật rắn chuyển động quay:

$$M = \frac{dL}{dt}$$

**2. Định luật bảo toàn momen động lượng**

Khi tổng đại số các momen ngoại lực M đặt lên vật rắn đối với một trục bằng không thì momen động lượng L của vật rắn đối với trục đó không đổi.

$M = 0 \rightarrow L$: không đổi

- Nếu vật rắn có momen quán tính I đối với trục quay không đổi thì vật rắn không quay hoặc quay đều quanh trục đó.
- Nếu vật rắn có momen quán tính I đối với trục quay tăng lên thì vật rắn quay chậm lại và nếu I giảm xuống thì vật rắn quay nhanh hơn.

**3. Động năng của vật rắn quay quanh một trục**

$$W_đ = \frac{1}{2}I\omega^2$$

## BÀI TẬP CƠ BẢN

### DẠNG 1: MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

Công thức: $L = I.\omega$

$I$ đơn vị là $kg.m^2$

$\omega$ đơn vị là rad/s

$L$ đơn vị là $kg.m^2s^{-1}$

**Ví dụ 1:** Coi Trái Đất như hình cầu bán kính $R = 6400$ *km* có chu kì quay quanh trục là $T = 24$ h.

Momen động lượng của một người có khối lượng 60 kg đối với tâm Trái Đất đang ở xích đạo do sự quay của Trái Đất sinh ra là:

A. $30,22.10^8$ $kg.m^2s^{-1}$ B. $25,81.10^{10}$ $kg.m^2s^{-1}$

C. $17,86.10^{10}$ $kg.m^2s^{-1}$ D. $8,22.10^6$ $kg.m^2s^{-1}$

***Giải***

Momen động lượng: $L = I.\omega$

Con người đối với Trái Đất coi như chất điểm có momen quán tính đối với trục quay là $I = m.R^2$

Và $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ nên. $L = mR^2.\dfrac{2\pi}{T}$

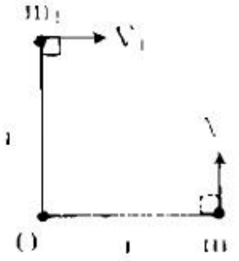
$$\text{Với } \begin{cases} m = 60 \text{ kg} \\ R = 6400 \text{ km} = 6,4.10^6 \text{ m} \\ T = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s} \end{cases}$$

Vậy $L = 60.(6,4.10^6)^2.\dfrac{2\pi}{86400} \approx 17,86.10^{10}\ (kg.m^2s^{-1})$

*Đáp án:* [C]

**Ví dụ 2:** Hai chất điểm chuyển động như trên hình vẽ với $m_1 = 1$ kg, $v_1 = 3$ m/s, $r_1 = 50$ cm và $m_2 = 1,5$ kg, $v_2 = 2$ m/s, $r_2 = 30$ cm.

Độ lớn của momen động lượng toàn phần của hai chất điểm đối với trục qua O (vuông góc với mặt phẳng hình vẽ) là:



A. $0,6$ $kg.m^2.s^{-1}$ B. $1,2$ $kg.m^2.s^{-1}$

C. $1,8$ $kg.m^2.s^{-1}$ D. $0,3$ $kg.m^2.s^{-1}$

***Giải***

$$L_1 = I_1\omega_1 = (m_1r_1^2)\left(\frac{v_1}{r_1}\right) = m_1r_1v_1$$

$$L_2 = I_2\omega_2 = \left(m_2r_2^2\right)\left(\frac{v_2}{r_2}\right) = m_2r_2v_2$$

Vì hai vật chuyển động ngược chiều nên có độ lớn:

$$L = |L_1 - L_2| = |m_1r_1v_1 - m_2r_2v_2|$$

$$= |1.0,5.3 - 1,5.0,3.2| = 0,6\ (kg.m^2.s^{-1})$$

*Đáp án:* [A]

**Ví dụ 3:** Một đĩa mài có momen quán tính $1,2.10^{-3}$ ($kg.m^2$) đang quay dưới tác dụng của momen quay 16 N.m. Momen động lượng sau khi đã bắt đầu quay được 33 ms là:

A. 0,234 $kg.m^2.s^{-1}$ B. 1,265 $kg.m^2.s^{-1}$

C. 1,547 $kg.m^2.s^{-1}$ D. 0,528 $kg.m^2.s^{-1}$

### Giải

- $\gamma = \dfrac{M}{I} = \dfrac{16}{1,2.10^{-3}} = \dfrac{4}{3}.10^4\ (rad/s^2)$
- $\omega = \gamma.t = \dfrac{4}{3}.10^4.(33.10^{-3}) = 440\ (rad/s)$
- $L = I.\omega = 1,2.10^{-3}.440 = 0,528\ (kg.m^2.s^{-1})$

*Đáp án:* [D]

**Ví dụ 4:** Một bánh đà có momen quán tính 0,5 $kg.m^2$. Do bị tác dụng của momen cản nên momen động lượng giảm đều từ 2 $kg.m^2.s^{-1}$ đến 0,5 $kg.m^2.s^{-1}$ trong thời gian 2 s. Góc quay được trong thời gian nói trên là:

A. 3 rad B. 5 rad C. 10 rad D. 15 rad

### Giải

$$\gamma = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$$

với $\begin{cases} \omega_2 = \dfrac{L_2}{I} = \dfrac{0,5}{0,5} = 1\ (rad/s) \\ \omega_1 = \dfrac{L_1}{I} = \dfrac{2}{0,5} = 4\ (rad/s) \end{cases}$

nên $\gamma = \dfrac{1 - 4}{2} = -1,5\ (rad/s^2)$

(dấu − vì momen cản)

và $\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\gamma.\varphi$

$$\varphi = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\gamma} = \frac{1^2 - 4^2}{2(-1,5)} = 5\ (rad)$$

*Đáp án:* [B]

**Ví dụ 5:** Một thanh đồng tính tiết diện đều có khối lượng m = 1 kg dài $l = 5$ m quay đều trong mặt phẳng nằm ngang xung quanh trục đi qua đầu thanh với tốc độ $\omega = 240$ vòng /phút. Biết momen quán tính của thanh đối với trục quay là $\frac{1}{3}ml^2$.

Mômen động lượng của thanh là:

A. 209,3 $kg.m^2.s^{-1}$ B. 145,6 $kg.m^2.s^{-1}$

C. 56,4 $kg.m^2.s^{-1}$ D. 278,2 $kg.m^2.s^{-1}$

### *Giải*

$$L = I\omega = \left(\frac{1}{3}ml^2\right).\omega$$

với $\omega = 240\ \frac{\text{vòng}}{\text{phút}} = \frac{240}{60}.2\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 8\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

nên $L = \left(\frac{1}{3}.1.5^2\right).8\pi \approx 209,3\ (kg.m^2.s^{-1})$

*Đáp án:* [A]

## DẠNG 2: ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

**1. *Dạng khác của phương trình động lực học của vật rắn chuyển động quay:***

$$M = \frac{dL}{dt}$$

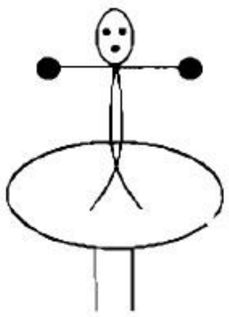
**2. *Định luật bảo toàn momen động lượng***

M = 0 → L: không đổi

- Nếu I không đổi: vật rắn không quay hoặc quay đều.
- Nếu I tăng thì ω giảm và I giảm thì ω tăng.

**Ví dụ 1:** (*Ghế đẩu Giucôpxki*)

Ghế đẩu Giucôpxki có mặt ghế quay quanh một trục thẳng đứng. Một người đứng yên trên mặt ghế tay cầm hai quả tạ, lúc đầu dang tay ra (hình vẽ). Đẩy cho mặt ghế và người quay đều (cho rằng lực cản không khí và ma sát không đáng kể).



Lúc mặt ghế đang quay đều, nếu người từ từ hạ tay xuống thì mặt ghế và người sẽ:

A. dừng lại B. quay nhanh hơn

C. quay chậm lại D. có chuyển động bất kì

### *Giải*

Lấy người và mặt ghế là một hệ

- Trọng lực của người và mặt ghế bị khử bởi phản lực của chân ghế nên tổng momen ngoại lực bằng không

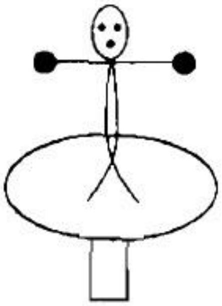
$$M = 0 \rightarrow L = I\omega \text{ không đổi}$$

Nếu người vẫn dang tay ra (I không đổi) thì $\omega$ không đổi, người và mặt ghế quay đều

- Khi người hạ tay xuống, I của người giảm $\rightarrow \omega$ tăng lên: người và mặt ghế quay nhanh hơn.

*Đáp án:* [B]

**Ví dụ 2:**



Một người đứng yên ở giữa ghế Giucôpxki cầm hai quả tạ, mỗi quả có khối lượng m = 5 kg. Hai tay người này dang thẳng ra cho hai quả tạ cách trục quay 0,8 m và ghế quay với tốc độ $\omega_1$ = 2 vòng/s. Sau đó người này hạ tay xuống để hai quả tạ cách trục quay 0,2 m thì ghế quay với tốc độ $\omega_2$.

Cho biết momen quán tính của người và mặt ghế đối với trục quay là không đổi và bằng $I_0$ = 2 kg.m²; $\omega_2$ bằng:

A. 3,5 vòng/s B. 5 vòng/s C. 7 vòng/s D. 10 vòng/s

### *Giải*

Trọng lực của người và mặt ghế bị khử bởi phản lực của chân ghế nên momen ngoại lực bằng không:

$$M = 0 \rightarrow L = I\omega \text{ không đổi}$$

Hay $$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

với $$\begin{cases} I_1 = I_0 + 2mr_1^2 \\ I_2 = I_0 + 2mr_2^2 \end{cases}$$

$$\left(I_0 + 2mr_1^2\right)\omega_1 = \left(I_0 + 2mr_2^2\right)\omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{I_0 + 2mr_1^2}{I_0 + 2mr_2^2}\omega_1 = \frac{2 + 2.5.0.8^2}{2 + 2.5.0.2^2}.2 = 7 \text{ (vòng/s)}$$

*Đáp án:* [C]

**Ví dụ 3:** Một sàn hình tròn có momen quán tính I và bán kính R có thể quay quanh trục thẳng đứng của đường tròn. Một người đứng ở mép sàn cầm một khẩu súng, khối lượng của người và súng là m. Coi súng và người như một chất điểm.

Lúc đầu sàn đứng yên. Nếu người ấy bắn ra một viên đạn có khối lượng m và tốc độ V theo phương tiếp tuyến với mép sàn thì sàn quay theo chiều nào và tốc độ bằng bao nhiêu?

A. Ngược chiều với V, độ lớn $\frac{RmV}{m_0R^2+I}$

B. Ngược chiều với V, độ lớn $\frac{RmV+I}{m_0R^2}$

C. Cùng chiều với V, độ lớn $\frac{mV}{m_0R+I}$

D. Ngược chiều với V, độ lớn $\frac{mR}{(m_0+I)V}$

### *Giải*

Lấy (Người + súng + đạn + sàn) là một hệ

Ngoại lực bằng không: M = 0

$\rightarrow L_1 = L_2$

Vì hệ lúc đầu đứng yên: $L_1 = 0 \rightarrow L_2 = 0$

Với $L_2$ là tổng động lượng của đạn (RmV), của súng và người ($m_0R^2\omega$), của sàn ($I\omega$):

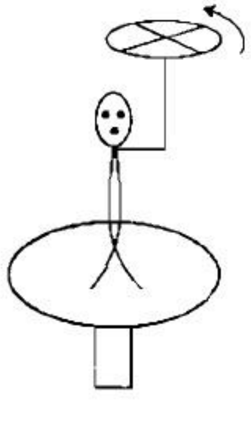
$$L_2 = RmV + (m_0R^2 + I)\omega = 0$$

$$\rightarrow \omega = -\frac{RmV}{m_0R^2+I}$$

Dấu "-" chứng tỏ sàn quay ngược chiều với V.

*Đáp án:* [A]

**Ví dụ 4:** Một người đứng yên trên ghế đẩu Giucopxki cầm một bánh xe có trục thẳng đứng. Người ấy đẩy cho bánh xe quay với tốc độ $\omega_1$ = 45 (vòng/phút). Biết momen quán tính của bánh xe đối với trục quay là $I_1 = 1$ (kg.m$^2$) và của người là $I_2 = 1,5$ (kg.m$^2$)



Người sẽ chuyển động thế nào so với bánh xe và tốc độ là bao nhiêu?

A. cùng chiều với bánh xe và $\omega_2$ = 45 (vòng/phút)

B. cùng chiều với bánh xe và $\omega_2$ = 30 (vòng/phút)

C. ngược chiều với bánh xe và $|\omega_2|$ = 40 (vòng/phút)

D. ngược chiều với bánh xe và $|\omega_2|$ = 30 (vòng/phút).

### *Giải*

Ngoại lực bằng không nên động lượng được bảo toàn:

$$L_2 = L_1$$

Lúc đầu hệ đứng yên nên $L_1 = 0 \rightarrow L_2 = 0$

với $L_2$ là động lượng của người và bánh xe, vậy:

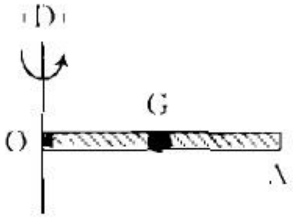
$$L_2 = I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = 0$$

$$\rightarrow \omega_2 = -\frac{I_1}{I_2}.\omega_1 = -\frac{1}{1,5}.45 = -30 \text{ (vòng/phút)}$$

Dấu "–" chứng tỏ người quay ngược chiều với bánh xe và tốc độ quay của người là 30 (vòng/phút).

*Đáp án:* [D]

**Ví dụ 5:** Một thanh OA đồng chất và tiết diện đều, chiều dài $l$ = 1 m, khối lượng m = 120 g gắn vuông góc với trục quay (D) thẳng đứng. Trên thanh có một viên bi nhỏ khối lượng m = 120 g. Biết momen quán tính của thanh đối với trục quay (D) là $\frac{1}{3}ml^2$.



Lúc đầu viên bi ở khối tâm G và thanh quay với tốc độ góc $\omega_1$ = 120 vòng/phút nhưng sau đó dịch chuyển đến đầu A thì thanh quay với tốc độ là

A. 121,3 (vòng/phút)  B. 52,5 (vòng/phút)

C. 26,4 (vòng/phút)  D. 88,4 (vòng/phút)

### *Giải*

- Lúc bi ở trọng tâm G.

$$I_1 = \frac{1}{3}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{7}{12}ml^2 = 7.10^{-2} \text{ (kg.m}^2\text{)}$$

- Lúc bi ở đầu A

$$I_2 = \frac{1}{3}ml^2 + ml^2 = \frac{4}{3}ml^2 = 16.10^{-2} \text{ (kg.m}^2\text{)}$$

- Trọng lực của thanh và bi song song với trục quay (D) nên momen ngoại lực bằng không, do đó động lượng của hệ (thanh + bi) được bảo toàn:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2}\omega_1 = \frac{7.10^{-2}}{16.10^{-2}}.120 = 52.5 \text{ (vòng/phút)}$$

## DẠNG 3: ĐỘNG NĂNG CỦA VẬT RẮN

**1. *Động năng của vật rắn quay***

$$W_{đ\,(quay)} = \frac{1}{2}.I.\omega^2$$

**2. *Động năng của vật rắn vừa quay vừa tịnh tiến***

$$W_đ = \frac{1}{2}.I.\omega^2 + \frac{1}{2}.m.V_G^2$$

Với $V_G$ là tốc độ của khối tâm trong chuyển động tịnh tiến

**3. *Định lí động năng***

$$W_{đ\,(sau)} - W_{đ\,(đầu)} = A\,(\text{ngoại lực})$$

**Ví dụ 1:** Một cái ống thành mỏng đồng chất và tiết diện đều lăn trên sàn. Biết momen quán tính của ống là $I = MR^2$, trong đó M là khối lượng, R là bán kính tiết diện.

Hãy so sánh động năng tịnh tiến của khối tâm và động năng quay của ống quanh trục.

A. $W_{đ\,(tịnh\,tiến)} = 2W_{đ\,(quay)}$

B. $W_{đ\,(tịnh\,tiến)} = \frac{1}{2}.W_{đ\,(quay)}$

C. $W_{đ\,(tịnh\,tiến)} = W_{đ\,(quay)}$

D. $W_{đ\,(tịnh\,tiến)} = 4W_{đ\,(quay)}$

### Giải

Khi ống lăn thì khối tâm chuyển động tịnh tiến theo phương song song với mặt sàn với tốc độ V

- Động năng tịnh tiến của khối tâm

$$W_{(tịnh\,tiến)} = \frac{1}{2}MV^2 \qquad (1)$$

- Động năng quay:

$$W_{đ\,(quay)} = \frac{1}{2}.I.\omega^2$$

với $\begin{cases} \omega = \dfrac{V}{R} \\ I = MR^2 \end{cases}$

nên $W_{đ\,(quay)} = \frac{1}{2}.MR^2.\left(\frac{V}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}MV^2 \qquad (2)$

(1) và (2) cho: $W_{đ\,(tịnh\,tiến)} = W_{đ\,(quay)}$

*Đáp án:* [C]

**Ví dụ 2:** Một bánh đà coi như đĩa sắt đồng chất có bán kính R = 1 m và khối lượng M = 5000 kg. Một động cơ làm bánh đà quay, trong thời gian 20 s thì bánh đà đạt tốc độ 2 vòng/phút.

Momen quán tính của bánh đà được tính bằng công thức $I = \frac{1}{2}MR^2$.

Lấy $\pi^2 = 10$ và bỏ qua ma sát.

Công suất trung bình của động cơ là:

A. 5 KW B. 10 KW C. 15 KW D. 20 KW

***Giải***

$$I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}.5000.1^2 = 2500\ (\text{kg.m}^2)$$

$$\omega = 2\ \text{vòng/s} = 4\pi\ \text{rad/s}$$

Động năng quay của bánh đà:

$$W_d = \frac{1}{2}.I.\omega^2 = \frac{1}{2}.2500.(4\pi)^2 = 2.10^5\ (J)$$

Theo định lí động năng:

$$A_{\text{ngoại lực}} = W_d - 0$$

Trong đó $A_{\text{ngoại lực}}$ là công do động cơ gây ra

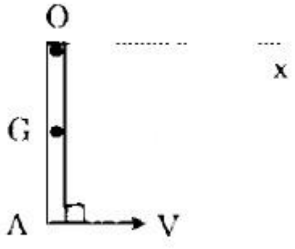
Vậy $A_{\text{ngoại lực}} = W_d = 2.10^5\ (J)$

Công suất trung bình của động cơ:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{2.10^5}{20} = 10^4\ (W) = 10\ (KW)$$

*Đáp án:* [B]

**Ví dụ 3:** Một thanh OA đồng chất, tiết diện đều, chiều dài $l$ = 30 cm có thể quay dễ dàng trong mặt phẳng thẳng đứng xung quanh trục nằm ngang ở đầu O. Lúc thanh đứng yên ở vị trí thẳng đứng, ta truyền cho đầu A một vận tốc $\vec{V}$ theo phương nằm ngang.



Momen quán tính của thanh đối với O được cho bởi $I = \frac{1}{3}ml^2$, trong đó m là khối lượng của thanh. Lấy g = 10 m/s² Vận tốc tối thiểu ($V_{min}$) để thanh quay đến vị trí nằm ngang Ox (hình vẽ) là:

A. 3 m/s B. 5 m/s C. 10 m/s D. 2 m/s

### *Giải*

Để thanh quay lên đến vị trí nằm ngang Ox thì động năng ban đầu $\frac{1}{2}I\omega^2$ tối thiểu phải bằng thế năng ở vị trí Ox

Chọn mốc thế năng tại vị trí ban đầu của khối tâm G thì thế năng của thanh ở vị trí Ox là $mg\frac{l}{2}$

Vậy $\frac{1}{2}.I.\omega^2 \geq mg\frac{l}{2}$

$$\frac{1}{2}.\frac{1}{3}ml^2\omega^2 \geq mg\frac{l}{2}$$

$$\omega \geq \sqrt{\frac{3g}{l}}$$

$$V_A = \omega l \geq \sqrt{3gl}$$

$$V_{min} = \sqrt{3gl} = \sqrt{3.10.0,3} = 3\ (m/s)$$

*Đáp án:* [A]

**Ví dụ 4:** Một ống hình trụ đặc đồng chất thả lăn không trượt không vận tốc đầu trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha$ so với mặt ngang. Biết công thức tính momen quán tính của hình trụ đặc là $I = \frac{1}{2}mR^2$ với m là khối lượng và R là bán kính tiết diện.

Tốc độ khối tâm khi ống lăn được quãng đường S là:

A. $V = \sqrt{gS}$

B. $V = \sqrt{gS.\sin\alpha}$

C. $V = \sqrt{2gS}$

D. $V = \sqrt{\frac{4}{3}g.S.\sin\alpha}$

### *Giải*

Chọn mốc thế năng ở cuối quãng đường S

- Cơ năng tại vị trí ban đầu là thế năng:

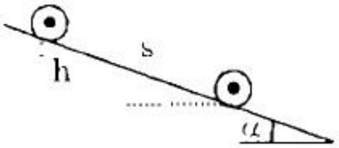
$$E_0 = mgh = mgS.\sin\alpha$$

- Cơ năng tại vị trí cuối gồm động năng quay và động năng tịnh tiến khối tâm:

$$E = \frac{1}{2}.I\omega^2 + \frac{1}{2}mV^2$$

$$= \frac{1}{2}.\frac{1}{2}mR^2.\left(\frac{V}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}mV^2 = \frac{3}{4}mV^2$$

Theo định luật bảo toàn cơ năng



$$E_1 = E$$

$$mgS.\sin\alpha = \frac{3}{4}mV^2$$

$$V = \sqrt{\frac{4}{3}.g.S.\sin\alpha}$$

*Đáp án.* [D].

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**3.1.** Chọn câu **đúng**.

Nếu tổng momen các lực tác dụng lên vật rắn bằng không thì vật rắn:

A. quay đều

B. đứng yên

C. quay biến đổi đều

D. quay đều hoặc đứng yên.

**3.2.** Máy bay trực thăng có hai hệ thống cánh quạt quay theo hai chiều ngược nhau để:

A. máy bay lên xuống

B. đảm bảo thân máy bay luôn giữ một hướng bay

C. máy bay đổi hướng bay

D. điều chỉnh tốc độ máy bay.

**3.3.** Công thức nào sau đây là **sai**?

A. Gia tốc tiếp tuyến: $a_t = R.\beta$

B. Momen quán tính của chất điểm đối với trục quay: $I = mr^2$

C. Momen động lượng của vật rắn đối với trục quay: $L = I\omega$

D. Động năng của vật quay quanh trục đi qua khối tâm: $W_đ = \frac{1}{2}I\omega^2$

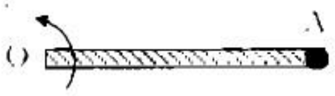
**3.4.** Một thanh nhẹ OA dài 1 m có gắn quả cầu nhỏ khối lượng 2 kg ở đầu A. Thanh quay đều xung quanh trục quay O trong mặt phẳng nằm ngang. Quả cầu quay với vận tốc 5 m/s. Momen động lượng của thanh là

A. 10 $kg.m^2.s^{-1}$

B. 6 $kg.m^2.s^{-1}$

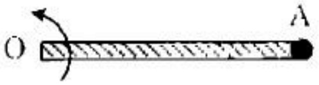
C. 12 $kg.m^2.s^{-1}$

D. 50 $kg.m^2.s^{-1}$



**3.5.** Một thanh OA đồng chất, tiết diện đều có khối lượng 900 g, dài 80 cm có gắn quả cầu nhỏ khối lượng 500 g ở đầu A. Thanh quay đều xung quanh trục quay O trong mặt phẳng nằm ngang với vận tốc góc 5 *rad/s*. Biết momen quán tính của thanh đối với trục quay O là $\frac{1}{3}ml^2$, trong đó m và *l* lần lượt là khối lượng và chiều dài của thanh.

Momen động lượng của thanh là:



A. 3,50 kg.m$^2$.s$^{-1}$

B. 4,25 kg.m$^2$.s$^{-1}$

C. 3,20 kg.m$^2$.s$^{-1}$

D. 2.56 kg.m$^2$.s$^{-1}$

**3.6.** Một bánh xe đang quay với momen động lượng 2,4 kg.m$^2$.s$^{-1}$ thì bị momen cản có độ lớn 0,6 N.m nên quay chậm dần đều.

Thời gian kể từ lúc bắt đầu quay chậm đến lúc dừng là:

A. 1,5 s B. 4,0 s C. 2,6 s D. 3,2 s

**3.7.** Trong thời gian từ $t_1 = 0$ đến $t_2 = 4$ s bánh đà quay được góc 20 rad với gia tốc góc không đổi bằng 0,5 rad/s$^2$. Biết momen quán tính của bánh đà đối với trục quay là 0,6 kgm$^2$ và bánh đà quay nhanh dần.

Momen động lượng của bánh đà lúc $t_1$ và $t_2$ lần lượt là:

A. $L_1$ = 1,2 kg.m$^2$.s$^{-1}$; $L_2$ = 2,4 kg.m$^2$.s$^{-1}$

B. $L_1$ = 3,6 kg.m$^2$.s$^{-1}$; $L_2$ = 4,8 kg.m$^2$.s$^{-1}$

C. $L_1$ = 2,4 kg.m$^2$.s$^{-1}$; $L_2$ = 3,6 kg.m$^2$.s$^{-1}$

D. $L_1$ = 4,8 kg.m$^2$.s$^{-1}$; $L_2$ = 6,0 kg.m$^2$.s$^{-1}$

**3.8.** Coi Trái Đất như chất điểm khối lượng M = 6.10$^{24}$ kg chuyển động tròn đều xung quanh Mặt Trời trên quỹ đạo bán kính R = 1,5.10$^8$ km với chu kì T = 365 ngày. Momen động lượng của Trái Đất là:

A. 2,7.10$^{40}$ kg.m$^2$.s$^{-1}$ B. 3,5.10$^{45}$ kg.m$^2$.s$^{-1}$

C. 8,4.10$^{40}$ kg.m$^2$.s$^{-1}$ D. 5,2.10$^{41}$ kg.m$^2$.s$^{-1}$

**3.9.** Một hệ gồm hai bánh xe: bánh xe thứ hai có momen quán tính lớn gấp đôi bánh xe thứ nhất, lúc đầu bánh xe thứ nhất quay với tốc độ góc 600 vòng/phút, còn bánh xe thứ hai đứng yên. Sau đó bánh xe thứ hai được ghép đột ngột vào trục làm cho cả hai cùng quay với cùng tốc độ. Tốc độ góc của hệ hai bánh xe là:

A. 200 vòng/phút B. 300 vòng/phút

C. 400 vòng/phút D. 250 vòng/phút.

**3.10.** Một cái đu quay hình tròn có bán kính R, khối lượng M = 600 kg và một người khối lượng m = 60 kg đang đứng yên ở mép đu. Lúc này đu đang quay xung quanh trục qua tâm với tốc độ $\omega_1$ = 120 vòng/phút. Momen quán tính của đu tính bởi $I = \frac{1}{2}MR^2$ và coi người như chất điểm.

Sau đó người này đi về phía tâm và lúc cách tâm $\frac{R}{2}$ thì tốc độ quay của đu là:

A. $\omega_2 = 85{,}30$ vòng/phút B. $\omega_2 = 164{,}45$ vòng/phút

C. $\omega_2 = 147{,}42$ vòng/phút D. $\omega_2 = 137{,}14$ vòng/phút.

**3.11.** Tưởng tượng rằng một ngày nào đó Mặt Trời hết nhiên liệu hạt nhân và đột ngột co lại với đường kính giảm đi 10 lần nhưng khối lượng không thay đổi. Biết chu kì quay của Mặt Trời hiện tại là 25 ngày thì chu kì quay của Mặt Trời lúc co lại là:

A. $T_2 = 2{,}5$ ngày B. $T_2 = 0{,}25$ ngày

C. $T_2 = 250$ ngày D. $T_2 = 25$ ngày

**3.12.** Một bánh đà coi như đĩa sắt đồng chất có bán kính R = 1 m và khối lượng M = 1000 kg quay với tốc độ góc $\omega$ = 10 vòng/s. Biết momen quán tính của bánh đà được tính bởi $I = \frac{1}{2}MR^2$. Động năng của nó là:

A. $W_d = 2{,}30.10^6$ J B. $W_d = 4{,}52.10^6$ J

C. $W_d = 9{,}86.10^5$ J D. $W_d = 5{,}64.10^5$ J

**3.13.** Một bánh xe coi như một đĩa đồng chất có khối lượng M, lăn không trượt trên mặt phẳng với tốc độ của khối tâm là V. Momen quán tính của bánh xe được tính bởi $I = \frac{1}{2}MR^2$ với R là bán kính. Động năng của bánh xe đang lăn là:

A. $W_d = \frac{1}{2}MV^2$ B. $W_d = \frac{2}{5}MV^2$

C. $W_d = \frac{4}{3}MV^2$ D. $W_d = \frac{3}{4}MV^2$.

**3.14.** Một đĩa đặc đồng chất có khối lượng 2 kg lăn không trượt trên mặt phẳng nằm ngang với vận tốc 4 m/s. Biết công thức tính momen quán tính của đĩa là $I = \frac{1}{2}MR^2$ với M và R là khối lượng và bán kính của đĩa.

Động năng của đĩa là:

A. $W_d = 24$ J B. $W_d = 16$ J

C. $W_d = 12$ J D. $W_d = 36$ J.

**3.15.** Một bánh xe khi quay với vận tốc 5 vòng/s có động năng là 2500 J. Momen quán tính của bánh xe là:

A. $I = 3{,}15$ kg.m$^2$ B. $I = 5{,}07$ kg.m$^2$

C. $I = 12{,}42$ kg.m$^2$ D. $I = 8{,}64$ kg.m$^2$.

**3.16.** Một hình trụ đặc lăn không trượt trên sàn. Biết momen quán tính của nó được tính bởi $I = \frac{1}{2}MR^2$ với M và R là khối lượng và bán kính. Tỉ số giữa động năng tịnh tiến và động năng quay là:

A. 4 B. $\frac{1}{4}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$.

**3.17.** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều từ nghỉ với gia tốc $2\ m/s^2$. Coi bánh xe là một đĩa đồng chất khối lượng 32 kg, momen quán tính của nó được tính bởi $I = \frac{1}{2}MR^2$, trong đó M và R là khối lượng và bán kính.

Động năng quay của mỗi bánh xe sau 10 s là:

A. $W_d = 1600$ J B. $W_d = 500$ J

C. $W_d = 6400$ J D. $W_d = 3200$ J

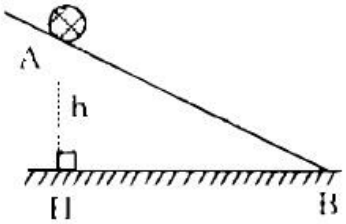
**3.18.** Một ô tô gồm khung xe khối lượng M và 4 bánh xe, khối lượng mỗi bánh là m mà M = 50 m. Coi mỗi bánh xe là một đĩa đồng chất có momen quán tính $I = \frac{1}{2}mR^2$, trong đó R là bán kính.

Động năng toàn phần của ô tô lúc đạt tốc độ V là:

A. $W_d = 25\ mV^2$ B. $W_d = 28\ mV^2$

C. $W_d = 14\ mV^2$ D. $W_d = 32\ mV^2$

**3.19.** Một quả cầu được thả lăn không trượt từ trạng thái nghỉ ở A của mặt phẳng nghiêng với độ cao AH = h (hình vẽ). Biết momen quán tính của quả cầu là $I = \frac{2}{5}mR^2$, trong đó m và R là khối lượng và bán kính. Tốc độ khối tâm của quả cầu khi lăn đến B là:



A. $V = \sqrt{\frac{10}{7}gh}$ B. $V = \sqrt{gh}$

C. $V = \sqrt{2gh}$ D. $V = \sqrt{\frac{3}{4}gh}$.

**3.20.** Momen quán tính của một vô lăng hình vành tròn được tính bởi $I = MR^2$ với khối lượng M = 500 kg và bán kính R = 0,5 m. Công cần thiết để làm vô lăng đang đứng yên quay với vận tốc 120 vòng/phút là:

A. A = 2375,8 J B. A = 1107,8 J

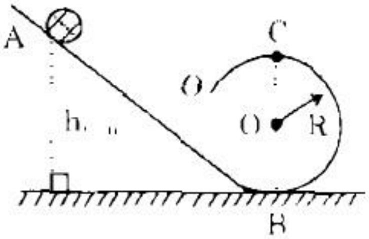
C. A = 9859,6 J D. A = 6824,5 J.

**3.21.** Một quả cầu đặc có khối lượng M = 2 kg lăn không trượt với vận tốc $V_1 = 8$ m/s đến chạm vào tường rồi bật ra với vận tốc $V_2 = 4$ m/s. Biết momen quán tính của quả cầu là $I = \frac{2}{5}MR^2$ với R là bán kính. Nhiệt lượng tỏa ra trong khi va chạm giữa quả cầu với tường là:

A. Q = 25,8 J B. Q = 86,4 J

C. Q = 55,6 J D. Q = 67,2 J

**3.22.** Một viên bi đặc nhỏ được thả lăn không trượt theo một vòng lượn ABCD nằm trong mặt phẳng thẳng đứng, trong đó phần cung tròn BCD có bán kính R (hình vẽ). Momen quán tính của viên bi là $I = \frac{2}{5}mR^2$ với m và R là khối lượng và bán kính.



Viên bi sẽ không rời khỏi đường cong tại điểm cao nhất C khi vật được thả không vận tốc đầu tại điểm A có độ cao thấp nhất ($h_{min}$) là:

A. $h_{min} = R$ B. $h_{min} = 2,7R$

C. $h_{min} = 2R$ D. $h_{min} = 1,5R$

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**3.1.** Đáp án: [D]

Vì $\mathfrak{M} = \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L = I.\omega$ không đổi

$\Rightarrow \omega$: không đổi: Vật rắn quay đều hoặc đứng yên

**3.2.** Đáp án: [B]

Máy bay trực thăng có hai hệ thống cánh quạt quay theo hai chiều ngược nhau để đảm bảo thân máy bay luôn giữ một hướng bay.

**3.3.** Đáp án: [C]

Công thức đúng là: $L = I.\omega$

**3.4.** Đáp án: [A]

Momen quán tính của chất điểm:

$$I = ml^2 = 2.1^2 = 2\ (kg.m^2)$$

Vận tốc góc của thanh:

$$\omega = \frac{v}{l} = \frac{5}{1} = 5\ (rad/s)$$

Momen động lượng của thanh:

$$L = I\omega = 2.5 = 10\ (kg.m^2.s^{-1})$$

**3.5.** Đáp án: [D]

Momen quán tính của thanh và quả cầu:

$$I = \frac{1}{3}ml^2 + Ml^2$$

$$= \left(\frac{1}{3}m + M\right)l^2$$

$$= \left(\frac{1}{3}.0,9 + 0,5\right).0,8^2 = 0,512\ (kg.m^2.s^{-1})$$

Momen động lượng:

$$L = I.\omega = 0,512.5 = 2,56\ (kg.m^2.s^{-1})$$

**3.6.** Đáp án: [B]

Gọi I là momen quán tính của bánh xe đối với trục quay.

Gia tốc góc bánh xe lúc quay chậm dần:

$$\beta = \frac{\mathfrak{M}}{I} \text{ với } \mathfrak{M} = -0,6\ N.m$$

Vận tốc góc lúc bánh xe bắt đầu bị momen cản:

$$\omega_0 = \frac{L}{I}$$

Biểu thức tính vận tốc khi bánh xe quay chậm dần:

$$\omega = \omega_0 + \gamma t$$

Lúc dừng lại: $\omega = 0$ nên

$$0 = \omega_0 + \gamma t$$

$$\Rightarrow t = -\frac{\omega_0}{\gamma} \quad \frac{-\frac{L}{I}}{\frac{\mathfrak{M}}{I}} = -\frac{L}{\mathfrak{M}} = -\frac{4,2}{-0,6} = 4\ (s)$$

**3.7.** Đáp án: [C]

Gọi $\omega_1$ và $\omega_2$ là vận tốc góc lúc $t_1$ và $t_2$

Có: $\omega_2 = \omega_1 + \gamma t$

$\Rightarrow \omega_2 - \omega_1 = \gamma.t = 0,5.4 = 2\ (rad/s)$ (1)

và: $\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2.\gamma.\varphi = 2.0,5.20 = 20\ (rad/s)$

$(\omega_2 + \omega_1)(\omega_2 - \omega_1) = 20$

$(\omega_2 + \omega_1).2 = 20$

$\omega_2 + \omega_1 = 10$ (2)

(1) và (2) cho: $\omega_2 = 6\ (rad/s)$

và: $\omega_1 = 10 - \omega_2 = 4\ (rad/s)$

Vậy: $L_1 = \omega_1.I = 4.0,6 = 2,4\ (kg\ m^2.s^{-1})$

$L_2 = \omega_2.I = 6.0,6 = 3,6\ (kg.m^2.s^{-1})$

**3.8.** Đáp án: [A]

**3.9. Đáp án: [A]**

Momen động lượng hệ lúc đầu: $L_1 = I_1\omega_1 + I_2.0$

Momen động lượng lúc sau: $L_2 = (I_1 + I_2)\omega_2 = 3I_1.\omega_2$

Theo định luật bảo toàn momen động lượng:

$$L_1 = L_2 \rightarrow I_1\omega_1 = 3I_1\omega_2$$

$$\rightarrow \omega_2 = \frac{\omega_1}{3} = 200 \text{ vòng/phút}$$

**3.10. Đáp án: [D]**

Theo định luật bảo toàn momen động lượng.

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \ (*)$$

Với $\begin{cases} I_1 = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2 = \frac{1}{2}600R^2 + 60R^2 = 360R^2 \\ I_2 = \frac{1}{2}MR^2 + m\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}.600R^2 + 60.\left(\frac{R}{2}\right)^2 = 315R^2 \end{cases}$

$(*) \rightarrow 360R^2.120 = 315R^2.\omega_2$

$$\omega_2 = \frac{360.120}{315} \approx 137,14 \text{ (vòng/phút)}$$

**3.11. Đáp án: [B]**

Theo định luật bảo toàn momen động lượng thì:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$\frac{2}{5}MR_1^2.\frac{2\pi}{T_1} = \frac{2}{5}MR_2^2\frac{2\pi}{T}$$

$$\rightarrow T_2 = T_1.\left(\frac{R}{R_1}\right)^2 = 25.\left(\frac{1}{10}\right)^2 = 0,25 \text{ (ngày)}$$

**3.12. Đáp án: [C]**

$$W_đ = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right).\omega^2 = \frac{1}{4}MR^2\omega^2$$

Với $\omega = 10$ vòng/s $= 20\pi$ rad/s

$$W_đ = \frac{1}{4}.1000.1^2.(20\pi)^2 = 9,8596.10^5$$

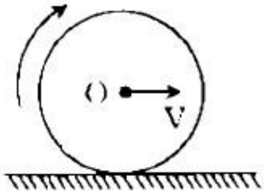
$$\approx 9,86.10^5 \text{ (J)}$$

**3.13. Đáp án: [D]**

Vì bánh xe lăn không trượt nên vận tốc V của khối tâm O cũng là vận tốc dài của một điểm trên vành bánh xe

Gọi $\omega$ là vận tốc góc và R là bán kính của bánh xe thì $\omega = \frac{V}{R}$

Động năng của bánh xe gồm động năng tịnh tiến của khối tâm và động năng quay quanh khối tâm.



$$W_{đ} = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}MR^2\cdot\left(\frac{V}{R}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{4}MV^2 = \frac{3}{4}MV^2$$

**3.14.** Đáp án: |A|

Động năng của đĩa lăn không trượt:

$$W_{đ} = \frac{3}{4}MV^2 = \frac{3}{4}.2.(4)^2 = 24\ (J)$$

**3.15.** Đáp án: |B|

$$W_{đ} = \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow I = \frac{2W_{đ}}{\omega^2} = \frac{2.2500}{(5.2\pi)^2} \approx 5,07\ (kg.m^2)$$

**3.16.** Đáp án: |C|

Động năng tịnh tiến: $W_t = \frac{1}{2}MV^2$

Động năng quay: $W_{đ} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}MR^2\left(\frac{V}{R}\right)^2 = \frac{1}{4}MV^2$

Vậy: $\frac{W_t}{W_{đ}} = \frac{\frac{1}{2}MV^2}{\frac{1}{4}MV^2} = 2$

**3.17.** Đáp án: |D|

Vận tốc ôtô sau 10 s:

$$V = a.t = 2.10 = 20\ (m/s)$$

Đó cũng là vận tốc chuyển động tịnh tiến của khối tâm của bánh xe.

Động năng quay:

$$W_{đ} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}MR^2\left(\frac{V}{R}\right)^2$$

$$= \frac{1}{4}MV^2 = \frac{1}{4}.32.20^2 = 3200\ (J)$$

**3.18.** Đáp án: |B|

Động năng toàn phần của ôtô gồm động năng tịnh tiến của khung và động năng toàn phần của 4 bánh xe.

– Động năng tịnh tiến của khung

$$W_1 = \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}.50m.V^2 = 25\ mV^2$$

Động năng toàn phần của 4 bánh xe gồm động năng tịnh tiến của khối tâm và động năng quay:

$$W_2 = 4\left[\frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2\right]$$

$$= 2\left[mV^2 + \frac{1}{2}mR^2\left(\frac{V}{R}\right)^2\right] = 3mV^2$$

Vậy: $W_đ = W_1 + W_2 = 25mV^2 + 3mV^2 = 28mV^2$

**3.19.** Đáp án: [A]

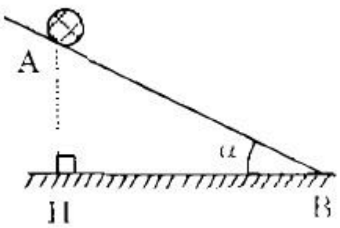
Chọn mốc thế năng ở B

Cơ năng ở A: $E_A = mgh$

Cơ năng ở B: $E_B = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$$= \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\left(\frac{V}{R}\right)^2$$

$$= \frac{7}{10}mV^2$$



Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$E_A = E_B$$

$$mgh = \frac{7}{10}mV^2 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{10}{7}gh}$$

**3.20.** Đáp án: [C]

Định lý động năng: $A = W_2 - W_1$

Trong đó, $W_2$ là động năng sau.

$$W_2 = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(MR^2).\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}.500.0.5^2\left(\frac{120}{60}.2\pi\right)^2 = 9859,6\ (J)$$

và $W_1$ là động năng đầu: $W_1 = 0$

Vậy công để làm quay vô lăng là:

$$A = 9859.6 - 0 = 9859.6\ (J)$$

**3.21.** Đáp án: [D]

Động năng của quả cầu lăn không trượt gồm động năng tịnh tiến và động năng quay:

$$W_đ = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}MR^2\right)\left(\frac{V}{R}\right)^2 = \frac{7}{10}MV^2$$

Động năng quả cầu trước và sau lúc chạm tường:

$$W_1 = \frac{7}{10}MV_1^2 = \frac{7}{10}.2.8^2 = 89,6\ (J)$$

$$W_2 = \frac{7}{10}MV_2^2 = \frac{7}{10}.2.4^2 = 22,4\ (J) < W_1$$

Động năng đã giảm đi:

$$|\Delta W| = W_1 - W_2 = 89,6 - 22,4 = 67,2\ (J)$$

Phần động năng giảm đã biến thành nhiệt, vậy:

$$Q = 67,2\ (J)$$

**3.22.** Đáp án: [B]

– Tại điểm cao nhất C, vật chịu hợp lực hướng tâm:

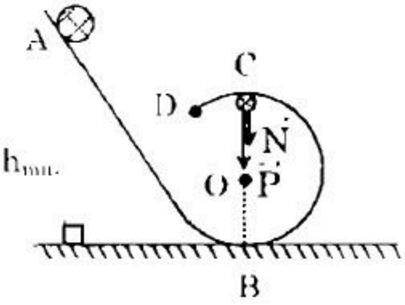
$$N + P = m\frac{V_C^2}{R}$$

$$N = m\left(\frac{V_C^2}{R} - g\right) \geq 0 \rightarrow V_C^2 \geq g.R \qquad (1)$$

Khi bị lăn không trượt nó có động năng

$$W_đ = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}MR^2\right)\left(\frac{V}{R}\right)^2 = 0,7mV^2$$



– Chọn mốc thế năng tại B thì:

+ Cơ năng tại A: $E_A = mgh$

+ Cơ năng tại C: $E_C = mg.2R + 0,7mV_C^2$

Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$E_A = E_C$$

$$mgh = mg.2R + 0,7mV_C^2$$

$$gh = g.2R + 0,7V_C^2 \qquad (2)$$

(1) và (2) cho:

$$gh \geq g.2R + 0,7g.R \rightarrow h \geq 2,7R$$

$$h_{min} = 2,7R$$

# ÔN TẬP CHƯƠNG I
# ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

**I.1.** Một thanh mảnh đồng chất có chiều dài $l$ = 1 m, khối lượng m = 500 g quay xung quanh một trục vuông góc với thanh và đi qua điểm giữa của nó. Biết momen lực tác dụng lên thanh là $\mathfrak{M}$ = 0,1 N.m. Gia tốc góc của thanh là:

A. $\gamma$ = 2,4 rad/s$^2$ B. $\gamma$ = 1,5 rad/s$^2$

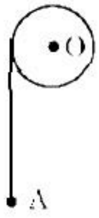
C. $\gamma$ = 2,0 rad/s$^2$ D. $\gamma$ = 1,2 rad/s$^2$

**I.2.** Một thanh chiều dài $l$ = 0,50 m có thể quay tự do xung quanh một trục nằm ngang đi qua một đầu của thanh. Một viên đạn khối lượng m = 0,01 kg bay theo phương nằm ngang với vận tốc V = 400 m/s tới xuyên vào đầu kia của thanh và mắc vào thanh lúc thanh đang đứng yên thẳng đứng. Biết momen quán tính của thanh đối với trục quay là 5 kg.m$^2$. Vận tốc góc quay của thanh ngay sau khi viên đạn đập vào thanh là:

A. $\omega \approx$ 1,0 rad/s B. $\omega \approx$ 0,4 rad/s

C. $\omega \approx$ 2,0 rad/s D. $\omega \approx$ 1,5 rad/s.

**I.3.** Một ròng rọc có thể quay xung quanh một trục qua tâm O. Ròng rọc này được quấn bằng một đoạn dây không dãn như hình vẽ. Tác dụng vào đầu A một lực, sau 5 s kể từ lúc nghỉ, vận tốc góc của ròng rọc là 20 rad/s. Biết khoảng cách từ trục quay O đến chỗ tiếp xúc giữa dây và ròng rọc là 20 cm.



Sau 5 s kể từ lúc nghỉ đầu A đã dịch đi

A. $l$ = 15 cm B. $l$ = 10 m

C. $l$ = 12 cm D. $l$ = 18 m.

**I.4.** Vật rắn chuyển động quay đều thì

A. góc quay φ không đổi theo thời gian

B. gia tốc góc β khác không và không đổi theo thời gian

C. vận tốc góc ω khác không và không đổi theo thời gian

D. gia tốc góc β và vận tốc góc ω đều khác không và không đổi theo thời gian.

**I.5.** Một bánh xe có momen quán tính đối với trục quay là I = 12 kg.m$^2$ chịu tác dụng của momen lực $\mathfrak{M}_1$. Tổng của momen lực $\mathfrak{M}_1$ và momen lực ma sát $\mathfrak{M}_2$ có giá trị bằng 24 N.m. Khi bánh xe đang quay với vận tốc góc 10 rad/s thì momen lực $\mathfrak{M}_1$ ngừng tác dụng, bánh xe quay chậm dần đều và dừng hẳn lại sau 50 s. Biết rằng $\mathfrak{M}_1$ và $\mathfrak{M}_2$ đều không đổi trong khi bánh xe quay. Momen lực tác dụng $\mathfrak{M}_1$ có giá trị là

A. $\mathfrak{M}_1 = 19,6$ N.m　　　B. $\mathfrak{M}_1 = 22,5$ N.m

C. $\mathfrak{M}_1 = 26,4$ N.m　　　D. $\mathfrak{M}_1 = 18,8$ N.m

**I.6.** Phân tử oxi $O_2$ có khối lượng $10,6.10^{-26}$ kg. Momen quán tính của phân tử đối với trục quay đi qua khối tâm là $1,94.10^{-46}$ kg.m². Biết phân tử có vận tốc 500 m/s và động năng quay bằng $\frac{2}{3}$ động năng tịnh tiến.

Vận tốc góc quay của phân tử là

A. $\omega = 9,5.10^{12}$ (rad/s)　　　B. $\omega = 2,8.10^{15}$ (rad/s)

C. $\omega = 6,7.10^{8}$ (rad/s)　　　D. $\omega = 5,2.10^{24}$ (rad/s).

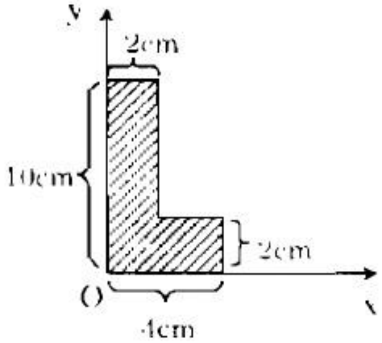
**I.7.** Một người đứng ở giữa ghế Giu-cốp-xki (ghế có trục quay ở giữa) cầm hai quả tạ ở hai tay, mỗi quả có khối lượng m = 5 kg. Hai tay dang thẳng ra cho quả tạ cách trục quay 0,8 m và ghế quay với vận tốc $\omega_1 = 2$ vòng/s. Biết momen quán tính của người và ghế đối với trục quay là $I_0 = 2$ kg.m².

Nếu người này hạ hai tay xuống để quả tạ cách trục quay 0,2 m thì ghế quay với vận tốc $\omega_2$ là:

A. $\omega_2 = 2,5$ vòng/s　　　B. $\omega_2 = 3,5$ vòng/s

C. $\omega_2 = 3,0$ vòng/s　　　D. $\omega_2 = 7,0$ vòng/s.

**I.8.** Một tấm mỏng hình chữ L cùng độ dày và đồng chất với các số liệu cho trên hình vẽ. Trong hệ tọa độ xOy thì tọa độ khối tâm là



A. $x_G = \frac{4}{3}$ cm, $y_G = 5$ cm

B. $x_G = 2$ cm, $y_G = 5$ cm

C. $x_G = \frac{4}{3}$ cm, $y_G = \frac{13}{3}$ cm

D. $x_G = 2$ cm, $y_G = \frac{13}{3}$ cm.

**I.9.** Một bánh đà đang quay với vận tốc góc 1,5 rad/s thì bắt đầu quay chậm lại và dừng lại sau 40 vòng.

Thời gian quay chậm lại là

A. t = 10 phút 20 giây　　　B. t = 8 phút 42 giây

C. t = 2 phút 12 giây　　　D. t = 5 phút 35 giây

**I.10.** Sau 5 s kể từ lúc bắt đầu chuyển động, xe đạt vận tốc 36 km/h. Biết bán kính xe là 50 cm. Gia tốc góc quay trung bình của bánh xe là:

A. $\gamma = 1,5$ rad/s²　　　B. $\gamma = 5,2$ rad/s²

C. $\gamma = 4,0$ rad/s²　　　D. $\gamma = 0,5$ rad/s².

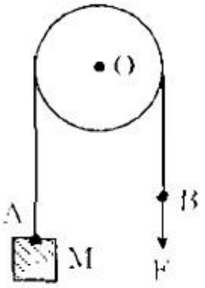
**I.11.** $\mathfrak{M}$ là momen lực đối với trục quay, I là momen quán tính của vật rắn đối với trục quay, ω là vận tốc góc quay, L là *momen động lượng* của vật rắn đối với trục quay.

Công thức nào sau đây là **sai**?

A. $\mathfrak{M} = I.\omega$ B. $\mathfrak{M} = I\dfrac{d\omega}{dt}$ C. $\mathfrak{M} = \dfrac{d(I\omega)}{dt}$ D. $\mathfrak{M} = \dfrac{dL}{dt}$.

**I.12.** Xét một hệ gồm

- Một ròng rọc là một đĩa tròn có khối lượng m = 1 kg có thể quay không ma sát xung quanh trục O.
- Dây AB vắt qua ròng rọc, không co dãn và khối lượng không đáng kể
- Vật nặng M = 2 kg treo ở đầu A
- Lực F hướng thẳng đứng xuống dưới tác dụng ở đầu B để kéo vật A đi lên với F = 25 N. Lấy g = 10 m/s$^2$.



Gia tốc a của vật nặng và sức căng dây T ở đoạn dây treo vật A là

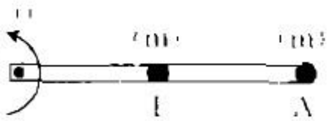
A. a = 2 m/s$^2$ và T = 24 N

B. a = 1 m/s$^2$ và T = 24 N

C. a = 2 m/s$^2$ và T = 12 N

D. a = 1 m/s$^2$ và T = 12 N.

**I.13.** Một thanh OA = L = 2*l* = 40 cm, khối lượng M = 300 g, trên thanh có gắn hai viên bi cùng khối lượng m = 100 g tại đầu A và tại trung điểm I của thanh OA. Cho thanh quay đều trong mặt phẳng nằm ngang xung quanh trục thẳng đứng qua O với vận tốc góc ω = 2 rad/s. Biết momen quán tính của thanh OA đối với trục O là $\frac{1}{3}ML^2$. Động năng quay của thanh quanh O là



A. $W_đ = 3{,}6.10^{-1}$ J

B. $W_đ = 7{,}2.10^{-2}$ J

C. $W_đ = 1{,}5.10^{-6}$ J

D. $W_đ = 0{,}1$ J.

**I.14.** Một bánh xe đường kính 4 m quay với gia tốc góc không đổi và bằng 4 rad/s$^2$. Lúc đầu bánh xe nằm yên. Sau 2 s thì vận tốc dài của một điểm trên bánh xe bằng bao nhiêu?

A. 8 m/s B. 16 m/s C. 32 m/s D. 64 m/s

**I.15.** Một đĩa đồng chất quay quanh một trục đối xứng qua tâm của đĩa. Khi đĩa đạt vận tốc $\omega_0 = 30$ vòng/s thì ta hãm nó và sau 2 phút đĩa dừng lại. Đĩa đã quay được bao nhiêu vòng kể từ lúc hãm?

A. 600 vòng B. 1200 vòng

C. 1800 vòng D. 2400 vòng.

**I.16.** Chọn câu **đúng**

Vật rắn quay biến đổi đều khi

A. góc quay không đổi B. vận tốc góc không đổi

C. vận tốc dài không đổi D. gia tốc góc không đổi.

**I.17.** Một vật có khối lượng 50 kg ở tại xích đạo quay đều. Biết bán kính Trái Đất là 6400 km và chu kì tự quay là 24 h. Momen động lượng của vật đối với tâm Trái Đất là bao nhiêu?

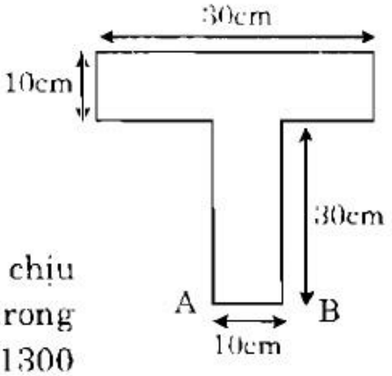
A. $2{,}50.10^{10}$ kg.m$^2$/s B. $8{,}74.10^{10}$ kg.m$^2$/s

C. $1{,}49.10^{11}$ kg.m$^2$/s D. $5{,}68.10^{12}$ kg.m$^2$/s.

**I.18.** Một bản mỏng hình chữ T, khối lượng phân bố đều có kích thước cho trên hình vẽ. Trọng tâm G của bản nằm cách cạnh AB bao xa?

A. 15 cm B. 20 cm

C. 25 cm D. 30 cm



**I.19.** Một rôto có momen quán tính I = 0,1 kg.m$^2$ chịu tác dụng của momen lực $\mathfrak{M}$ = 0,94 N.m trong khoảng thời gian t thì tăng vận tốc từ 1300 vòng/phút lên 4000 vòng/phút, t bằng bao nhiêu?

A. 30 s B. 40 s C. 50 s D. 60 s

**I.20.** Gia tốc toàn phần của một điểm trên vật rắn quay là biểu thức nào sau đây?

A. $a = r.\omega$ B. $a = r\omega^2$

C. $a = r.\gamma$ D. $a = r\sqrt{\omega^4 + \gamma^2}$.

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**I.1.** Đáp án: [A]

Có: $\gamma = \dfrac{\mathfrak{M}}{I}$

Đối với thanh đồng chất thì $I = \dfrac{1}{12}ml^2$ nên:

$$\beta = \frac{\mathfrak{M}}{\frac{1}{2}ml^2} = \frac{12\mathfrak{M}}{ml^2} = \frac{12.0{,}1}{0{,}5.1^2} = 2{,}4\ (\text{rad/s}^2)$$

**I.2.** Đáp án: [B]

Momen động lượng của viên đạn và thanh trước khi chạm vào thanh:

$$L_1 = ml.v + 0$$

Momen động lượng của thanh và viên đạn sau khi đạn đập vào thanh:
$L_2 = (I + ml^2)\omega$

Theo định luật bảo toàn momen động lượng:

$$L_1 = L_2$$

$$mlv = (I + ml^2)\omega$$

$$\omega = \frac{mlv}{I + ml^2} = \frac{0{,}01.0{,}5.400}{5 + 0{,}01.0{,}5^2} \approx 0{,}4\ (\text{rad/s})$$

**I.3.** Đáp án: [B]

+ Gia tốc góc quay: $\gamma = \frac{\omega}{t} = \frac{20}{5} = 4\ (\text{rad/s}^2)$

+ Góc quay của ròng rọc:

$$\varphi = \frac{1}{2}\gamma t^2 = \frac{1}{2}.4.5^2 = 50\ (\text{rad})$$

+ Một điểm ở mép ròng rọc quay được:

$S = R.\varphi = 20.50 = 1000$ (cm) $= 10$ (m): đó cũng là độ dịch của đầu A

Vậy. $l = S = 10$ (m)

**I.4.** Đáp án: [C]

Vật rắn chuyển động quay đều thì vận tốc góc $\omega$ khác không (nếu $\omega = 0$ thì vật đứng yên) và không đổi theo thời gian.

**I.5.** Đáp án: [C]

+ Gia tốc góc bánh xe sau khi ngừng tác dụng $\mathfrak{M}_1$:

$$\gamma = \frac{0 - \omega_0}{t} = -\frac{10}{50} = -0.2\ (\text{rad/s}^2)$$

+ Momen lực ma sát

$$\mathfrak{M}_{ms} = I.\gamma = 12.(-0{,}2) = -2{,}4\ (\text{N.m})$$

+ Có. $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_{ms}$

$$\Rightarrow \mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M} - \mathfrak{M}_{ms} = 24 - (-2{,}4) = 26{,}4\ (\text{N.m})$$

**I.6.** Đáp án: [A]

Theo đề: $W_{\text{quay}} = \frac{2}{3} W_{\text{thon}}$

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}mV\right)$$

$$\omega^2 = \frac{2}{3}.\frac{mV^2}{I} = \frac{2}{3}\,\frac{10{,}6.10^{[illegible]}(500)^2}{1{,}94.10^{[illegible]}} \approx 9{,}5.10^{12}\ (\text{rad/s})$$

**I.7.** Đáp án: [D]

Trọng lực của người và ghế bị khử bởi phản lực nên momen ngoại lực bằng không, do đó momen động lượng không đổi: $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

Trong đó $I_1$ và $I_2$ là momen quán tính của người, ghế và hai quả tạ đối với trục quay

$$(I_0 + 2m_1r_1^2)\omega_1 = (I_0 + 2m_2r_2^2)\omega_2$$

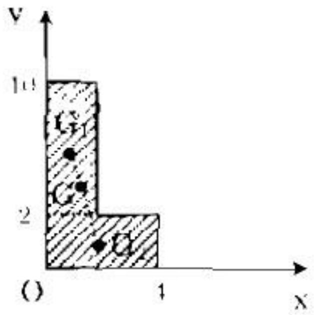
$$\omega_2 = \frac{I_0 + 2m_1r_1^2}{I_0 + 2m_2r_2^2}\omega_1 = \frac{2 + 2.5.0.8^2}{2 + 2.5.0.2^2}.2 = 7,0 \text{ (vòng/s)}$$

**I.8.** Đáp án: [C]

Ta chia tấm mỏng hình chữ L thành hai tấm mỏng hình chữ nhật như hình vẽ với các tọa độ khối tâm lần lượt là:

$G_1(x_1 = 1 \text{ cm}; y_1 = 6 \text{ cm})$

$G_2(x_2 = 2 \text{ cm}; y_2 = 1 \text{ cm})$



Diện tích các tấm là:

$S_1 = 2.8 = 16 \text{ (cm}^2)$

$S_2 = 2.4 = 8 \text{ (cm}^2)$

$\Rightarrow m_1 = 2m_2$

Tọa độ khối tâm G

$$x_G = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{2m_2.1 + m_2.2}{3m_2} = \frac{4}{3} \text{ (cm)}$$

$$y_G = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2} = \frac{2m_2.6 + m_2.1}{3m_2} = \frac{13}{3} \text{ (cm)}$$

**I.9.** Đáp án: [D]

+ Gia tốc góc: $\gamma = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - \omega_0}{t}$

+ Góc quay: $\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$

$$= \omega_0 t + \frac{1}{2}\left(-\frac{\omega_0}{t}\right).t^2 = \frac{1}{2}\omega_0 t$$

$$\Rightarrow t = \frac{2\varphi}{\omega_0} = \frac{2.40.2\pi}{1,5} \approx 335 \text{ s} = 5 \text{ phút } 35 \text{ giây}$$

**I.10.** Đáp án: [C]

$V = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$

Gia tốc trung bình của xe.

$$a = \frac{v}{t} = \frac{10}{5} = 2 \text{ (m/s}^2)$$

Đó cũng là gia tốc tiếp tuyến của một điểm trên vành bánh xe:

$$a_t = a = 2\ (m/s^2)$$

Gia tốc góc quay trung bình của bánh xe là:

$$\gamma = \frac{a_t}{R} = \frac{2}{0,5} = 4\ (rad/s^2)$$

**I.11.** Đáp án: [A]

**I.12.** Đáp án: [A]

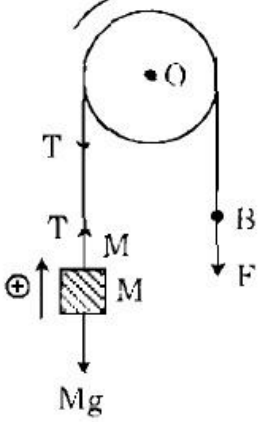
Đối với vật M:

$$-Mg + T = M.a \qquad (1)$$

Đối với ròng rọc:

$$R(F - T) = I.\beta = I.\frac{a}{R}$$

$$\Rightarrow F - T = I.\frac{a}{R^2} \qquad (2)$$



Cộng (1) và (2): $F - Mg = a\left(M + \frac{I}{R^2}\right)$

$$a = \frac{F - Mg}{M + \frac{I}{R}}$$

Với $I = \frac{1}{2}mR^2 \Rightarrow \frac{I}{R^2} = \frac{1}{2}m$, do đó:

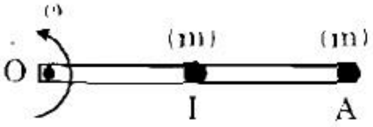
$$a = \frac{F - Mg}{M + \frac{m}{2}} = \frac{25 - 2.10}{2 + 0,5} = 2\ (m/s^2)$$

$(1) \rightarrow T = M(g + a) = 2(10 + 2) = 24\ (N)$

**I.13.** Đáp án: [B]

- Momen quán tính của thanh OA:

$$I_1 = \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3}0,3(0,4)^2$$
$$= 16.10^{-3}\ (kg.m^2)$$



- Momen quán tính của 2 viên bi

$$I_2 = ml^2 + m(2l)^2 = 5ml^2 = 5.0,1.(0,2)^2 = 20.10^{-3}\ (kg.m^2)$$

- Momen quán tính của cả thanh và 2 viên bi:

$$I = I_1 + I_2 = 36.10^{-3}\ (kg.m^2)$$

- Động năng quay:

$$W_đ = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}36.10^{-3}(2)^2 = 7,2.10^{-2}\ (J)$$

**I.14.** Đáp án: [B]

Vận tốc góc sau thời gian t = 2 s

$$\omega = \omega_0 + \gamma.t = 0 + 4.2 = 8 \text{ (rad/s)}$$

Vận tốc dài: $V = \omega.R = 8.2 = 16$ (m/s)

**I.15.** Đáp án: [C]

Gia tốc góc quay:

$$\gamma = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 30}{120} = -0{,}25 \text{ (vòng/s}^2\text{)}$$

Góc quay: $\varphi = \frac{1}{2}\gamma t^2 + \omega_0 t$

$$= \frac{1}{2}(-0{,}25)(120)^2 + 30.120$$

$$= 1800 \text{ (vòng)}$$

**I.16.** Đáp án: [D]

**I.17.** Đáp án: [C]

$$L = I.\omega = mR^2\omega$$

với $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24.3600}$ (rad/s)

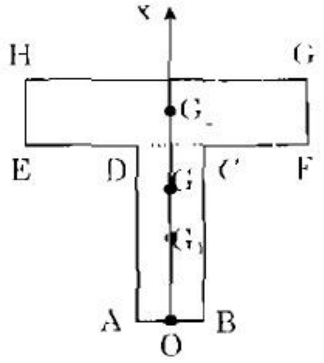
Nên $L = 50(6{,}4.10^6)^2.\frac{2\pi}{24.3600} \approx 1{,}49.10^{11}$ (kg.m²/s)

**I.18.** Đáp án: [C]

Vì bản đối xứng qua Ox (O là trung điểm AB) nên trọng tâm G nằm trên Ox

Chia bản làm hai phần: ABCD và EFGH

Tọa độ khối tâm G:



$$x = \overline{OG} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

với $\begin{cases} m_1 = m_2 = m \\ x_1 = \overline{OG_1} = 15 \text{ cm} \\ x_2 = \overline{OG_2} = 35 \text{ cm} \end{cases}$

nên: $x = \overline{OG} = \frac{15m + 35m}{2m} = 25$ (cm)

**I.19.** Đáp án: [A]

$$\omega = \omega_0 + \gamma t \rightarrow \gamma = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$\mathfrak{M} = I.\gamma = I.\frac{\omega - \omega_0}{t} \rightarrow t = \frac{I(\omega - \omega_0)}{\mathfrak{M}}$$

với $\begin{cases} \omega_0 = 2\pi.\dfrac{1300}{60} = \dfrac{260\pi}{6}\ (\text{rad/s}) \\ \omega = 2\pi.\dfrac{4000}{60} = \dfrac{800\pi}{6}\ (\text{rad/s}) \end{cases}$

nên $t = 0,1.\dfrac{\dfrac{800\pi - 260\pi}{6}}{0,94} \approx 30\ (s)$

**I.20.** Đáp án: [D]

Gia tốc toàn phần $\vec{a}$ của điểm M là tổng hợp của gia tốc tiếp tuyến $\vec{a}_t$ và gia tốc pháp tuyến vuông góc với nhau.

Độ lớn của gia tốc toàn phần.

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

$$= \sqrt{r^2\omega^4 + r^2\gamma^2} = r\sqrt{\omega^4 + \gamma^2}$$

# Chương II. DAO ĐỘNG CƠ

## 4. DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

### TÓM TẮT LÍ THUYẾT

**1. Định nghĩa**

Dao động điều hòa là một dao động mà li độ x (tức độ dịch của vật ra khỏi vị trí cân bằng) là một hàm côsin hay sin của thời gian nhân với một hằng số:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

với: A là biên độ dao động (luôn luôn dương)

$\omega$ là tần số góc (luôn luôn dương)

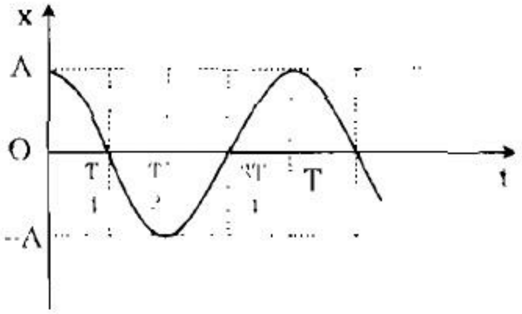
$\omega t + \varphi$ là pha vào lúc t

$\varphi$ là pha ban đầu

**2. Đồ thị**

Đồ thị của x theo t là một đường sin.

Đồ thị của $x = A\cos\omega t$ (với $\varphi = 0$) là



**3. Vận tốc – Gia tốc**

- Vận tốc: $V = x' = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$

  + $V_{max} = \omega A$ ở $x = 0$ (vị trí cân bằng)

  + $V = 0$ ở $x = \pm A$ (vị trí biên)

- Gia tốc: $a = V' = x'' = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$

  + $|a|_{max} = \omega^2 A$ ở $x = \pm A$

  + $a = 0$ ở $x = 0$

**4. Chu kì – Tần số**

- Chu kì T của dao động điều hòa là khoảng thời gian để vật thực hiện được một dao động toàn phần

T liên hệ với tần số góc ω:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Đơn vị của T là giây (s)

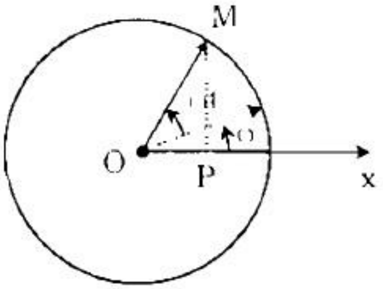
– Tần số f của dao động điều hòa là số dao động toàn phần thực hiện được trong 1 giây.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Đơn vị của f là Héc (Hz): $1\text{ Hz} = \frac{1}{s} = s^{-1}$

**5. Biểu diễn dao động điều hòa bằng vectơ quay**

– Để biểu diễn dao động điều hòa $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ ta dùng vectơ $\vec{OM}$ có OM = A, lúc đầu (t = 0) hợp với trục Ox góc φ và quay quanh điểm O trong mặt phẳng chứa trục Ox với tốc độ góc ω



– $Ch_x\vec{OM} = \vec{OP} = A\cos(\omega t + \varphi)$

## BÀI TẬP CƠ BẢN

### DẠNG 1: CHU KÌ – TẦN SỐ – TẦN SỐ GÓC

- Số dao động toàn phần trong thời gian Δt là:

$$N = \frac{\Delta t}{T}$$

- Liên hệ giữa tần số góc ω, chu kì T và tần số f:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

**Ví dụ:** Một vật dao động điều hòa thực hiện được 600 dao động toàn phần trong thời gian 5 phút. Chu kì dao động của vật là

A. 0,5 s B. 2 s C. $\frac{1}{120}$ s D. 120 s.

***Giải***

Có: N = 600 dao động

Δt = 5 phút = 300 s

Chu kì: $T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{300}{600} = 0,5\ (s)$

Đáp án: [A]

**Ví dụ 2:** Phương trình chuyển động của vật: $x = 2\cos 10\pi t$ (cm) với t tính bằng giây. Số dao động toàn phần vật thực hiện được trong thời gian 10 s là

A. 2 B. 5 C. 50 D. 10.

***Giải***

Tần số góc: $\omega = 10\pi$ (rad/s)

Chu kì T: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2\ (s)$

Số dao động trong 10 s:

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{10}{0,2} = 50 \text{ (dao động)}$$

Đáp án: [C]

**DẠNG 2: LIÊN HỆ GIỮA LI ĐỘ X VÀ VẬN TỐC V**

Từ $\begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi) \\ V = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow V = \omega A\sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = A^2\cos^2(\omega t + \varphi) \\ \left(\frac{V}{\omega}\right)^2 = A^2\sin^2(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2 = A^2}$$

- x = 0 thì V: max với $V_{max} = \omega A$
- $x = \pm A$ thì V = 0

**Ví dụ 1:** Phương trình chuyển động của vật là:

$$x = 20\cos(\pi t - \frac{\pi}{4})\ (cm)$$

Vận tốc của vật lúc qua x = 10 cm và đi theo chiều âm là

A. 54.4 cm/s B. –54.4 cm/s

C. 31,4 cm/s D. –31,4 cm/s

***Giải***

$$x^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2 = A^2$$

$$\Rightarrow V = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

Vật đi theo chiều âm nên lấy $V < 0$:

$$V = -\omega\sqrt{A^2 - x^2} = -\pi\sqrt{20^2 - 10^2}$$

$$= 10\pi\sqrt{3} \approx -54,4 \text{ (cm/s)}$$

Đáp án: [B]

**Ví dụ 2:** Một vật dao động điều hòa trên trục x'Ox với chu kì **T** = 1,57 (s). Lúc vật qua li độ x = 3 cm nó có vận tốc V = 16 cm/s. Lấy $\pi \approx 3,14$. Biên độ dao động của vật là

A. ±8 cm B. 10 cm C. ±5 cm D. 5 cm.

***Giải***

$$A^2 = x^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2$$

$$A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2} \quad \text{(Vì } A > 0\text{)}$$

với $$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2.3,14}{1,57} = 4 \text{ (rad/s)}$$

nên: $$A = \sqrt{3^2 + \left(\frac{16}{4}\right)^2} = 5 \text{ (cm)}$$

**Ví dụ 3:** Một vật dao động điều hòa giữa hai điểm M, N cách nhau 10 cm. Mỗi giây vật thực hiện được 2 dao động toàn phần. Độ lớn vận tốc lúc vật đi qua trung điểm MN là

A. 125,6 cm/s B. 15,7 cm/s C. 5 cm/s D. 62,8 cm/s

***Giải***

Biên độ dao động: $A = \frac{MN}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ (cm)}$

Chu kì: $T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ (s)}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi \text{ (rad/s)}$$

Trung điểm O của MN là vị trí cân bằng của vật (x = 0) nên vật có độ lớn vận tốc cực đại:

$$V_{max} = \omega A = 4\pi.5 = 62,8 \text{ (cm/s)}$$

Đáp án: [D]

## DẠNG 3: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

***1. Viết phương trình tổng quát:*** $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

***2. Tìm ω:*** $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.f$

***3. Tìm A:*** $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2}$

$$V_{max} = \omega A$$

***4. Tìm φ:*** Dựa vào điều kiện ban đầu

$t = 0$ thì $x = x_0$ và $V > 0$ (hay $V < 0$)

Nếu $t = 0$, $x = \pm A$ thì không cần điều kiện V.

**Ví dụ 1:** Một vật dao động điều hoà trên trục x'Ox với chu kì T = 0,5 s, gốc tọa độ O là vị trí cân bằng của vật. Lúc t = 0 vật qua li độ x = 3 cm và vận tốc V = 0. Phương trình chuyển động của vật là.

A. $x = 5\cos(4\pi t)$ (cm) B. $x = 5\cos(4\pi t + \pi)$ (cm)

C. $x = 3\cos(4\pi t)$ (cm) D. $x = 3\cos(4\pi t + \pi)$ (cm)

***Giải***

1) Phương trình có dạng: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ (*)

2) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi$ (rad/s)

3) $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2} = \sqrt{3^2 + 0} = 3$ (cm)

4) Lúc t = 0, x = 3 cm

(*) $\rightarrow 3 = 3\cos\varphi$

$\cos\varphi = 1 \rightarrow \varphi = 0$

Vậy: $x = 3\cos(4\pi t)$ (cm)

Đáp án: [C]

**Ví dụ 2:** Một vật *dao* động điều hòa trên đoạn thẳng AB = 10 cm. Lấy gốc tọa độ là trung điểm O của AB, chiều dương từ A → B. Trong 10 s vật thực hiện được 20 dao động toàn phần. Lúc t = 0 vật qua O theo chiều từ A → B. Phương trình chuyển động của vật là:

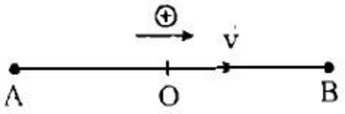
A. $x = 10\cos(4\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm) B. $x = 10\cos(4\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

C. $x = 5\cos(4\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm) D. $x = 5\cos(4\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

### *Giải*

1) $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

2) $T = \dfrac{\Delta t}{T} = \dfrac{10}{20} = 0{,}5\ (s)$



$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{0{,}5} = 4\pi\ (rad/s)$

3) $A = \dfrac{AB}{2} = 5\ (cm)$

4) $t = 0$, $x = 0$ và $V > 0$

Từ $\begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi) \\ V = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$

$$\rightarrow \begin{cases} 0 = A\cos\varphi \\ V = -\omega A\sin\varphi > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{2}$$

Vậy: $x = 5\cos(4\pi t - \dfrac{\pi}{2})\ (cm)$

Đáp án: [D]

***Ghi nhớ:*** Với phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ thì

a) $t = 0$, $x = +A \rightarrow \varphi = 0$

b) $t = 0$, $x = -A \rightarrow \varphi = \pi$

c) $t = 0$, $x = 0$ và $V > 0 \rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{2}$

d) $t = 0$, $x = 0$ và $V < 0 \rightarrow \varphi = +\dfrac{\pi}{2}$

## DẠNG 4: XÁC ĐỊNH THỜI ĐIỂM VẬT QUA VỊ TRÍ ĐÃ BIẾT

***1. Viết các phương trình x và V theo t***

***2. Nếu vật qua $x_0$ và đi theo chiều dương thì***

$$\begin{cases} x_0 = A\cos(\omega t + \varphi) \\ V = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) > 0 \end{cases}$$

Nếu vật qua $x_0$ và đi theo chiều âm thì

$$\begin{cases} x_0 = A\cos(\omega t + \varphi) \\ V = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) < 0 \end{cases}$$

***3. Tính t***

**Ví dụ.** Một vật dao động điều hòa trên trục x'Ox với phương trình $x = 10\cos(\pi t)$ (cm)

Thời điểm để vật qua x = +5 cm theo chiều âm lần thứ hai kể từ t = 0 là:

A. $\frac{1}{3}$ s B. $\frac{13}{3}$ s C. $\frac{7}{3}$ s D. 1 s.

### *Giải*

+ Có $\begin{cases} x = 10\cos(\pi t)\ (cm) \\ V = -10\pi\sin(\pi t)\ (cm/s) \end{cases}$

+ Qua **x** = 5 cm và đi theo chiều âm nên:

$$\begin{cases} 5 = 10\cos(\pi t) \\ V = -10\pi\sin(\pi t) < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos(\pi t) = \frac{1}{2} \\ \sin(\pi t) > 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \pi t = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \rightarrow t = \frac{1}{3} + 2k$$

+ Với $t = \frac{1}{3} + 2k > 0 \rightarrow k > -\frac{1}{6}$

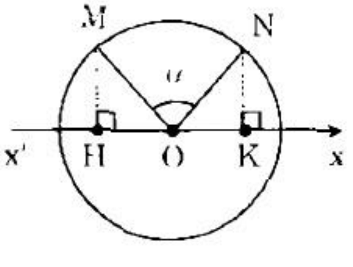
Vậy: k = 0, 1, 2, . .

+ Lần thức hai (kể từ t = 0) ứng với k = 1 nên:

$$t = \frac{1}{3} + 2.1 = \frac{7}{3}\ (s)$$

*Đáp án:* [C]

## DẠNG 5: ĐỊNH THỜI GIAN ĐỂ VẬT DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA GIỮA HAI ĐIỂM ĐÃ BIẾT



Áp dụng tính chất dao động điều hòa là hình chiếu của chuyển động tròn đều, ta được: $t_{HK} = t_{MN}$

+ Tính góc $\widehat{MON} = \alpha$

+ Nếu **T** là chu kì dao động điều hòa thì cũng là thời gian chuyển động 1 vòng trên đường tròn và $\frac{t_{MN}}{T} = \frac{\overset{\frown}{MN}}{2\pi R} = \frac{\alpha}{2\pi}$

($\alpha$ tính bằng rad)

+ Kết quả: $\boxed{t_{HK} = t_{MN} = \frac{\alpha}{2\pi}.T}$

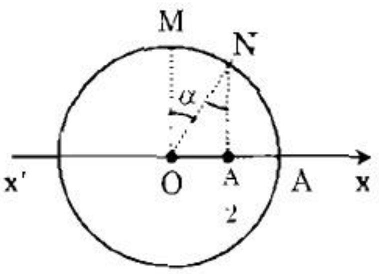
**Ví dụ.** Một vật dao động điều hòa với chu kì T, biên độ là A. Thời gian bé nhất để vật đi từ x = 0 đến x = $\frac{A}{2}$ là

A. $\frac{T}{8}$ B. $\frac{T}{4}$ C. $\frac{T}{6}$ D. $\frac{T}{12}$.

### *Giải*

Có $\sin\alpha = \frac{A/2}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$

$$t_{\overline{MN}} = \frac{\alpha}{2\pi}.T = \frac{\pi/6}{2\pi}.T = \frac{T}{12}$$



Vậy thời gian bé nhất để đi từ x = 0 đến x = $\frac{A}{2}$ là $\frac{T}{12}$

*Đáp án:* [D]

## DẠNG 6: TÌM VỊ TRÍ CỦA VẬT SAU THỜI GIAN ĐÃ BIẾT

+ Lúc đầu ($t = t_0$) vật qua $x_0$ đã biết nên:

$$x_0 = A\cos(\omega t_0 + \varphi) \qquad (1)$$

+ Lúc sau ($t = t_0 + \Delta t$) vật qua

$$x = A\cos[\omega(t_0 + \Delta t) + \varphi] \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta tìm được x

**Ví dụ:** Một chất điểm thực hiện dao động điều hòa với chu kì T = 0,628 s. Vào một lúc nào đó chất điểm qua li độ $x_0$ = 6 cm thì sau lúc đó 1,57 s chất điểm qua li độ

A. –6 cm B. 6 cm C. 3 cm D. 12 cm.

### *Giải*

+ Phương trình chuyển động của chất điểm

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

với $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,628} = 10$ (rad/s)

+ Gọi lúc nào đó là $t_0$ thì:

$$x_0 = A\cos(10t_0 + \varphi) = 6$$

+ Sau đó 1,57 s tức lúc $t = t_0 + 1,57$

$$x = A\cos[10(t_0 + 1,57) + \varphi]$$
$$= A\cos(10t_0 + 5\pi + \varphi)$$
$$= -A\cos(10t_0 + \varphi) = 6 \text{ (cm)}$$

*Đáp án:* [A]

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**4.1.** Một vật dao động điều hòa với biên độ A, chu kì T. Câu phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. Thời gian giữa hai lần liên tiếp có vận tốc bằng không là $\frac{T}{2}$

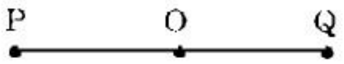
B. Quãng đường đi được giữa hai lần liên tiếp có độ lớn vận tốc đạt cực đại là 2A

C. Chuyển động của vật là biến đổi đều

D. Tốc độ trung bình trong một chu kì là $\frac{4A}{T}$.

**4.2.** Một vật dao động điều hòa từ P → Q xung quanh vị trí cân bằng O (Hình vẽ)

Chọn câu **đúng**



A. Chuyển động từ P → O là nhanh dần đều

B. Chuyển động từ P → O là chậm dần

C. Chuyển động từ O → P có vectơ gia tốc $\vec{a}$ hướng từ O → P

D. Vectơ gia tốc $\vec{a}$ đổi chiều tại O.

**4.3.** Chọn câu **sai**

Trong dao động điều hòa thì li độ x và vận tốc v

A. khác biên độ

B. cùng tần số góc

C. cùng pha

D. lệch pha nhau $\frac{\pi}{2}$.

**4.4.** Trong dao động điều hòa thì độ lớn của gia tốc a

A. không đổi khi độ lớn vận tốc thay đổi.

B. tăng khi độ lớn vận tốc tăng và ngược lại.

C. giảm khi độ lớn vận tốc tăng và ngược lại.

D. tỉ lệ nghịch với độ lớn vận tốc.

**4.5.** Một vật dao động điều hòa với chu kì 2 s. Thời gian thực hiện 10 dao động toàn phần là

A. 20 s

B. 0,2 s

C. 5 s

D. 10 s.

**4.6.** Một vật dao động điều hòa thực hiện được 600 dao động toàn phần trong 5 phút thì tần số dao động của vật là

A. 2 s

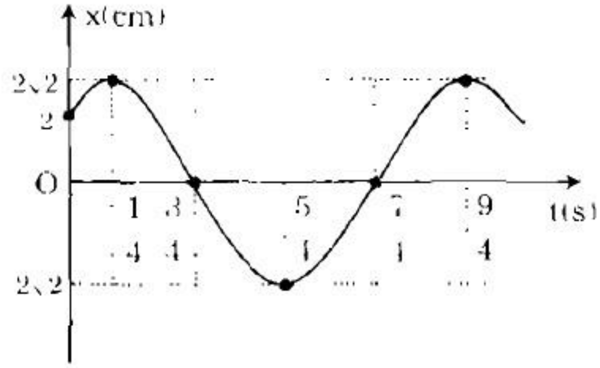
B. 2 Hz

C. $\frac{1}{2}$ Hz

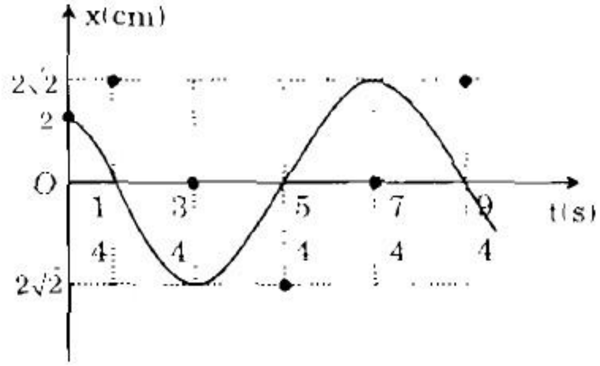
D. 120 Hz.

**4.7.** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục x'Ox với phương trình chuyển động là: $x = 2\sqrt{2}\cos\left(\pi t \quad \frac{\pi}{4}\right)$ cm. Đường biểu diễn của x theo t là đường nào sau đây?

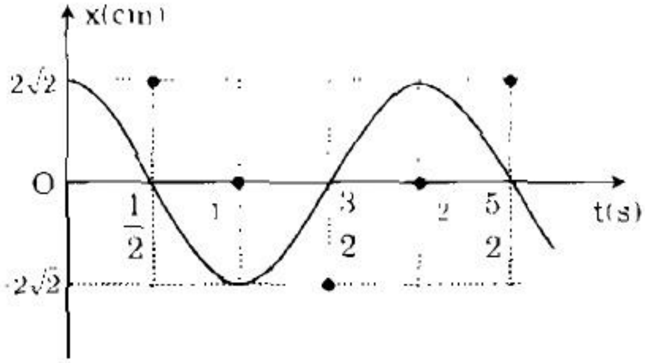
A.



B.



C.



D. Một đường khác với 3 đường trên.

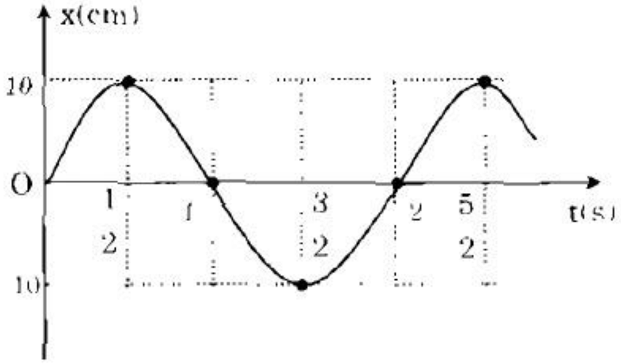
**4.8.** Một vật dao động điều hòa với li độ x được biểu diễn bằng đồ thị như hình vẽ. Phương trình chuyển động của vật là

A. $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

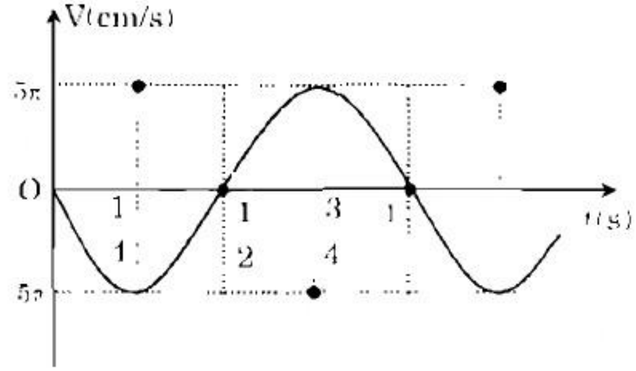
B. $x = 10\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

C. $x = 10\cos(2\pi t)$ (cm)

D. $x = 10\cos(2\pi t + \pi)$ (cm).



**4.9.** Một vật dao động điều hòa trên trục x'Ox xung quanh vị trí cân bằng O. Đồ thị của vận tốc V theo thời gian như hình vẽ bên.



Phương trình chuyển động của vật là

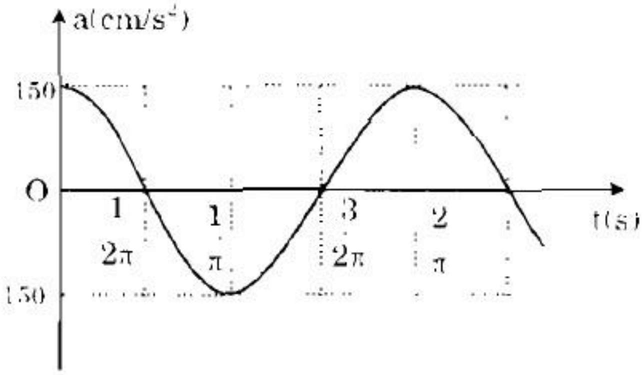
A. $x = 5\pi\cos(4\pi t)$ (cm)

B. $x = 5\pi\cos(2\pi t)$ (cm)

C. $x = 2,5\cos(2\pi t)$ (cm)

D. $x = 2,5\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

**4.10.** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục x'Ox xung quanh vị trí cân bằng O. Đồ thị gia tốc a theo thời gian như hình vẽ bên. Lấy $\pi^2 = 10$ thì phương trình dao động của vật là



A. $x = 1,5\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

B. $x = 150\cos\left(\pi t \quad \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

C. $x = -1,5\cos(10t)$ (cm)

D. $x = 1.5\cos(10t)$ (cm).

**4.11.** Một vật dao động điều hòa với chu kì 2 s. Lúc t = 0 vật qua vị trí cân bằng với vận tốc 31,4 cm/s theo chiều dương của trục tọa độ. Phương trình chuyển động của vật là

A. $x = 10\cos\left(\pi t \quad \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

B. $x = 10\sqrt{2}\cos\left(\pi t \quad \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

C. $x = 10\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

D. $x = 10\cos(\pi t)$ (cm).

**4.12.** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục x'Ox. Lúc t = 0 chất điểm qua li độ $x = \sqrt{3}$ cm với vận tốc $V = -10\pi$ cm/s và gia tốc $a = \quad 10\sqrt{3}$ m/s. Lấy $\pi^2 = 10$.

Biết phương trình dao động của vật được viết dưới dạng một hàm cosin: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

Biên độ và pha ban đầu của dao động là

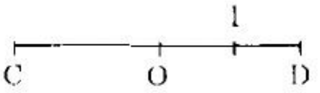
A. A = 10 cm; $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ B. A = 10 cm; $\varphi = +\frac{\pi}{6}$

C. A = 2 cm; $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ D. A = 2 cm; $\varphi = +\frac{\pi}{6}$

**4.13.** Một vật dao động điều hòa với phương trình chuyển động $x = 2\cos\left(2\pi t \quad \frac{\pi}{2}\right)$ (cm). Thời điểm để vật qua li độ $x = \sqrt{3}$ cm theo chiều âm lần đầu tiên kể từ thời điểm t = 2 s là

A. $\frac{27}{12}$ s B. $\frac{4}{3}$ s C. $\frac{7}{3}$ s D. $\frac{10}{3}$ s.

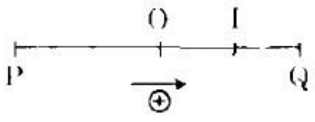
**4.14.** Một chất điểm thực hiện dao động điều hòa giữa hai điểm C, D (Hình vẽ) Biết thời gian ngắn nhất để chất điểm đi từ vị trí cân bằng O đến điểm D là 3 s thì thời gian ngắn nhất để chất điểm đi từ O đến trung điểm I của OD là



A. 1,5 s B. 1 s

C. 0,5 s D. 2 s.

**4.15.** Một vật dao động điều hòa từ P → Q với PQ = 20 cm, thời gian mỗi dao động toàn phần là 2 s. Chiều dương từ P → Q. Gọi I là trung điểm của OQ thì vận tốc trung bình của vật từ O → I (gọi là $V_1$) và từ I → Q (gọi là $V_2$) là



A. $V_1 = V_2 = 10$ (cm/s)

B. $V_1 = 30$ (m/s); $V_2 = 15$ (cm/s)

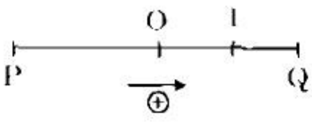
C. $V_1 = 15$ (cm/s); $V_2 = 30$ (cm/s)

D. $V_1 = 15$ (cm/s), $V_2 = 7,5$ (cm/s).

**4.16.** Một vật dao động điều hòa thẳng với phương trình $x = 6\cos(2\pi t)$ (cm). Độ dài quãng đường mà vật đi được từ lúc $t_1 = 0$ đến lúc $t_2 = \frac{2}{3}$ s là

A. 3 cm B. 6 cm C. 9 cm D. 15 cm

**4.17.** Một vật dao động điều hòa thẳng với phương trình dao động $x = 4\cos\left(2\pi t \quad \frac{\pi}{2}\right)$ (cm). Độ dài quãng đường mà vật đi được trong thời gian $\frac{13}{12}$ s kể từ t = 0 là



A. 2 cm B. 6 cm C. 22 cm D. 18 cm.

**4.18.** Một vật dao động điều hòa với phương trình chuyển động $x = 6\cos\left(\frac{\pi}{3}t \quad \frac{\pi}{7}\right)$ (cm)

Vào một lúc nào đó vật đi qua li độ $x = 5$ cm thì sau đó 3 s vật qua li độ

A. $x = -5$ cm
B. $x = 3$ cm
C. $x = +5$ cm
D. $x = +3$ cm.

**4.19.** Một vật dao động điều hòa với phương trình chuyển động:

$$x = 4\cos(\pi t + \frac{\pi}{12})\ (cm).$$

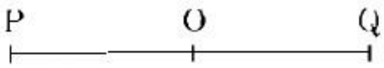
Vào một lúc nào đó vật qua li độ $x = 3$ cm và đi theo chiều dương thì sau đó $\frac{1}{3}$ s vật qua li độ

A. −0,79 cm
B. 2,15 cm
C. 1,43 cm
D. 3,79 cm

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**4.1.** Đáp án: [C]

A. $V_P = V_Q = 0$ với thời gian từ P → Q là $\frac{T}{2}$



B. V: max tại O. Thời gian giữa hai lần liên tiếp qua O là $\frac{T}{2}$

C. Gia tốc $a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$ biến đổi theo t nên đó là biến đổi KHÔNG đều.

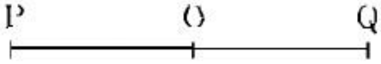
D. Tốc độ trung bình = $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{4A}{T}$

**4.2.** Đáp án: [D]

A. Chuyển động từ P → O là nhanh dần (không đều)

B. Chuyển động từ P → O là nhanh dần

C. Chuyển động từ O → P chậm dần nên a ngược hướng với chuyển động tức từ P → O



D. Vectơ gia tốc luôn luôn hướng về O nên nó đổi chiều tại O

**4.3.** Đáp án: [C]

Có: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ (1)

$$V = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) = \omega A\sin(\omega t + \varphi + \pi)$$

$$= \omega A\cos(\omega t + \varphi + \pi - \frac{\pi}{2}) = \omega A\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})\ (2)$$

(1) và (2) cho thấy:

A. x và V khác biên độ
B. Cùng tần số góc ω
C. x và V khác pha
D. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

**4.4.** Đáp án: [C]

Có $\begin{cases} V = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) \\ a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} V^2 = \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \\ \dfrac{a^2}{\omega^2} = \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \end{cases}$

$\rightarrow V^2 + \dfrac{a^2}{\omega^2} = \omega^2 A^2$: không đổi

Biểu thức này chứng tỏ $a^2$ giảm khi $V^2$ tăng hay độ lớn gia tốc a giảm khi độ lớn vận tốc V tăng và ngược lại.

**4.5.** Đáp án: [A]

Thời gian 10 dao động: $\Delta t = N.T = 10.2 = 20$ (s)

**4.6.** Đáp án: [B]

$$\Delta t = 5 \text{ phút} = 300 \text{ s}$$

$$f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{600}{300} = 2 \text{ (Hz)}$$

**4.7.** Đáp án: [A]

- Đồ thị là đường sin
- Chu kì $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{\pi} = 2$ (s)
- $x_{max} = 2\sqrt{2}$ (cm) ứng với $\cos\left(\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right) = 1$

$$\rightarrow t = \frac{1}{4} + 2K \text{ (s)}$$

tức $t = \dfrac{1}{4}$ (s); $t = \dfrac{9}{4}$ (s); ...

- $x_{min} = -2\sqrt{2}$ (cm) ứng với $\cos\left(\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right) = -1$

$$\rightarrow t = \frac{5}{4} \text{ (s); ...}$$

- $x = 0$ ứng với $t = \dfrac{3}{4}$ s; $t = \dfrac{7}{4}$ (s); ...

Các giá trị trên thích hợp với hình A

**4.8.** Đáp án: [A]

Dựa trên các số liệu cho trên đồ thị ta suy ra ω, A, φ

- $T = 2$ s $\rightarrow \omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{2} = \pi$ (rad/s)

- $A = 10$ (cm)
- Lúc $t = 0{,}5$ s thì $x = 10$ (cm) nên:

$$10 = 10\cos(\pi.0{,}5 + \varphi)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = 1$$

$$\frac{\pi}{2} + \varphi = 0$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Vậy: $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

**4.9.** Đáp án: [C]

Dựa trên các số liệu đã cho ở đồ thị ta tìm được ω, A, φ.

- $T = 1s \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ (rad/s)
- $V_{max} = \omega A = 5\pi$

  $A = \frac{5\pi}{2\pi} = 2{,}5$ (cm)
- $t = \frac{1}{4}$ s thì $V = -5\pi$ cm/s) nên từ phương trình

  $V = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$ ta được:

  $$-5\pi = -5\pi\sin\left(2\pi.\frac{1}{4} + \varphi\right)$$

  $$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = 1 \rightarrow \frac{\pi}{2} + \varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi = 0$$

Vậy: $x = 2{,}5\cos(2\pi t)$ (cm)

**4.10.** Đáp án: [C]

Dựa trên các số liệu đã cho ở đồ thị ta sẽ tìm được ω, A, φ.

- $T = \frac{2}{\pi}$ (s) $\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2/\pi} = \pi^2 = 10$ (rad/s)
- $a_{max} = \omega^2 A = 150$ (cm/s$^2$) $\rightarrow A = \frac{150}{10^2} = 1{,}5$ (cm)
- Lúc $t = 0$ thì $a = -\omega^2 A\cos\varphi = 150$

**4.11.** Đáp án: [A]

- $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$ (rad/s)
- $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = \sqrt{0^2 + \left(\frac{31,4}{\pi}\right)^2} = 10$ (cm)
- $t = 0$, $x = 0$ và $V > 0$

$$\begin{cases} 0 = A\cos\varphi \\ V = -\omega A\sin\varphi > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Vậy: $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

**4.12.** Đáp án: [D]

- $a = -\omega^2.x \rightarrow \omega^2 = -\frac{a}{x} = \frac{1000\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1000$

$\rightarrow \omega = 10\pi$ (rad/s)

- $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + \left(\frac{-10\pi}{10\pi}\right)^2} = 2$ (cm)
- $t = 0$, $x = \sqrt{3}$ cm, $V < 0$

$$\begin{cases} \sqrt{3} = 2\cos\varphi \\ V = -\omega A\sin\varphi < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\varphi > 0 \end{cases} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$$

Vậy: $A = 2$ (cm); $\varphi = \frac{\pi}{6}$.

**4.13.** Đáp án: [C]

$$\text{Có} \quad \begin{cases} \sqrt{3} = 2\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \\ V = -4\pi\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) > 0 \end{cases}$$

$\rightarrow 2\pi t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + 2K\pi$

$\rightarrow t = \frac{1}{3} + K$ (s)

Vậy $t = \frac{1}{3} + K \geq 2$ (s) $\rightarrow K \geq 2$

Lần đầu tiên kể từ t = 2 s ứng với K = 2

Vậy: $t = \frac{1}{3} + 2 = \frac{7}{3}$ (s)

**4.14.** Đáp án: [B]

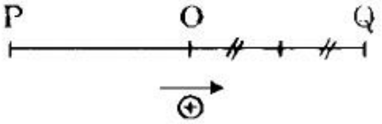
Chu kì: $T = 4.3 = 12$ (s)

Thời gian đi từ O → I là $\frac{T}{12}$ tức 1 s.

**4.15.** Đáp án: [B]

Nhắc lại: Vận tốc trung bình = $\frac{x_2 - x_1}{\Delta t}$

Có: Thời gian từ O → I là



$$\Delta t_1 = \frac{T}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \text{ (s)}$$

$$V_1 = \frac{x_I - x_O}{\Delta t_1} = \frac{5 - 0}{1/6} = 30 \text{ (cm/s)}$$

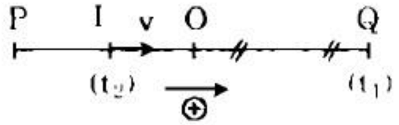
và thời gian từ I → Q là $\Delta t_2 = \frac{T}{6} = \frac{1}{3}$ (s)

$$\bar{V}_2 = \frac{x_Q - x_I}{\Delta t_2} = \frac{10 - 5}{1/3} = 15 \text{ (cm/s)}.$$

**4.16.** Đáp án: [D]

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1 \text{ (s)}$$

Thời gian chuyển động $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2}{3}$ (s) < T: **vật chưa thực hiện hết** 1 dao động



- Lúc $t_1 = 0 \to x_1 = 6\cos 0 = 6$ (cm): ở Q
- Lúc $t_2 = \frac{2}{3}$ s: $x_2 = 6\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -3$ (cm)

Và $V_2 = -12\pi\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) > 0$: Vậy lúc $t_2 = \frac{2}{3}$ s vật qua I theo chiều từ P → Q

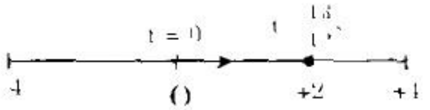
Tóm lại quãng đường mà vật đi được là:

$$S = QP + PI = 12 + 3 = 15 \text{ (cm)}$$

**4.17.** Đáp án: [D]

- Lúc $t = 0$: $\begin{cases} x = 4\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 \\ V = -8\pi\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) > 0 \end{cases}$ : Vật qua O và đi theo chiều dương

- Lúc $t = \dfrac{13}{12}$ s: $\begin{cases} x = 4\cos\dfrac{10\pi}{6} = 2\ (cm) \\ V = -8\pi\sin\dfrac{10\pi}{6} > 0 \end{cases}$



Vật qua điểm x = +2 cm và đi theo chiều dương

- Hơn nữa: $\Delta t = \dfrac{13}{12}\ s = T + \dfrac{1}{12}$ (s) nên quãng đường đi được là

$$S = 4.4 + 2 = 18\ (cm)$$

**4.18.** Đáp án: [C]

- Vào lúc $t = t_0$ vật qua x = −5 cm nên:

$$-5 = 6\cos\left(\frac{\pi}{3}t_0 - \frac{\pi}{7}\right)$$

- Sau đó 3s tức lúc $t = t_0 + 3$ nó qua li độ x:

$$x = 6\cos\left[\frac{\pi}{3}(t_0 + 3) - \frac{\pi}{7}\right]$$

$$= 6\cos\left(\frac{\pi}{3}t_0 + \pi - \frac{\pi}{7}\right)$$

$$= -6\cos\left(\frac{\pi}{3}t_0 - \frac{\pi}{7}\right) = +5\ (cm)$$

**4.19.** Đáp án: [D]

- Vào lúc $t = t_0$ vật qua li độ $x_0 = 3$ cm và đi theo chiều dương nên.

$$\begin{cases} 3 = 4\cos\left(\pi t_0 + \dfrac{\pi}{12}\right) \\ V = -4\pi\sin\left(\pi t_0 + \dfrac{\pi}{12}\right) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\pi t_0 + \dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{3}{4} \\ \sin\left(\pi t_0 + \dfrac{\pi}{12}\right) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\pi t_0 + \frac{\pi}{12}\right) = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = -\frac{\sqrt{7}}{4}$$

- Sau đó $\dfrac{1}{3}$ s tức lúc $t = t_0 + \dfrac{1}{3}$ vật qua:

$$x = 4\cos\left[\pi\left(t_0 + \frac{1}{3}\right) + \frac{\pi}{12}\right] = 4\cos\left[\left(\pi t_0 + \frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{3}\right]$$

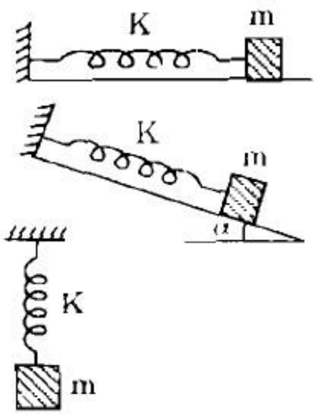
$$= 4\left[\cos\left(\pi t_0 + \frac{\pi}{12}\right).\cos\frac{\pi}{3} - \sin\left(\pi t_0 + \frac{\pi}{12}\right).\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$= 4\left[\frac{3}{4}.\frac{1}{2} - \left(-\frac{\sqrt{7}}{4}\right).\frac{\sqrt{3}}{2}\right] \approx 3{,}79\ (cm)$$

# 5. CON LẮC LÒ XO

## TÓM TẮT LÍ THUYẾT

**1. Con lắc lò xo** gồm một vật nặng gắn vào đầu một lò xo có khối lượng không đáng kể, đầu kia của lò xo cố định.



Con lắc lò xo có thể dao động:

- Theo phương ngang
- Theo phương nghiêng
- Theo phương đứng

**2. Phương trình động lực học của con lắc lò xo**

$$x'' + \omega^2.x = 0$$

với $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

**3. Phương trình dao động của con lắc lò xo**

$$x = A.\cos(\omega t + \varphi)$$

**4. Chu kì – Tần số dao động của con lắc lò xo**

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

## BÀI TẬP CƠ BẢN

### DẠNG 1: ĐỘ BIẾN DẠNG CỦA LÒ XO LÚC VẬT CÂN BẰNG

- Con lắc nằm ngang: $\Delta l_0 = 0$
- Con lắc thẳng đứng: $\Delta l_0 = \frac{mg}{K}$
- Con lắc nghiêng với mặt ngang góc $\alpha$

$$\Delta l_0 = \frac{mg\sin\alpha}{K}$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Lúc cân bằng lò xo giãn ra 10 cm. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

Đưa vật ra khỏi vị trí cân bằng rồi thả cho dao động điều hòa, chu kì dao động của vật là

A. 62,8 s B. 1,59 s C. 0,628 s D. 0,0159 s.

### *Giải*

Chu kì: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

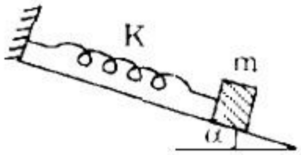
Độ giãn của lò xo lúc vật ở vị trí cân bằng:

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{K} \Rightarrow \sqrt{\frac{m}{K}} = \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}}$$

Vậy $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{10}} = 0,628$ (s)

Đáp số: [C].

**Ví dụ 2:** Một lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 30$ cm, độ cứng K = 20 N/m. Lò xo được đặt dọc theo đường dốc chính của mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^0$ so với mặt phẳng nằm ngang như hình vẽ. Đầu trên giữ cố định còn đầu dưới treo vật nặng m = 100g. Lấy $g = 10$ m/$s^2$. Cho vật dao động điều hòa với biên độ 2 cm thì chiều dài dài nhất của lò xo là



A. 32 cm B. 32,5 cm C. 34,5 cm D. 37cm

### *Giải*

Độ giãn của lò xo lúc vật ở vị trí cân bằng:

$$\Delta l_0 = \frac{mg\sin\alpha}{K} = \frac{0,1.10\frac{1}{2}}{20} = 0,025\ (m) = 2,5\ (cm)$$

Lò xo có chiều dài dài nhất khi vật ở thấp nhất (cách vị trí cân bằng khoảng biên độ A). Vậy:

$$l_{max} = l_0 + \Delta l_0 + A = 30 + 2,5 + 2 = 34,5\ (cm)$$

Đáp án: [C].

## DẠNG 2: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA CON LẮC LÒ XO

1. Viết phương trình tổng quát: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

2. Tìm ω: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{K}{m}}$

3. Tìm A: $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2}$

$$A = \frac{V_{max}}{\omega} \ldots$$

4. Tìm φ: lúc $t = 0$ thì $x = x_0$ và $V > 0$ (hay $V < 0$)

$$\begin{cases} x_0 = A\cos\varphi \\ V = -\omega A\sin\varphi > 0 \text{ hay } V = -\omega A\sin\varphi < 0 \end{cases}$$

Suy ra φ

***Chú ý:*** Nếu $t = 0$ mà $x = \pm A$ thì không cần điều kiện $V > 0$ hay $V < 0$.

**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo có độ cứng $K = 100$ N/m, vật nặng $m = 100$ g treo thẳng đứng. Lúc vật nặng đang ở vị trí cân bằng, ta truyền cho nó vận tốc $V_0 = 0,628$ m/s theo phương thẳng đứng hướng xuống, vật dao động điều hòa. Lấy gốc tọa độ là vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống, $t = 0$ lúc vật bắt đầu chuyển động và $\pi^2 = 10$ thì phương trình chuyển động của vật là

A. $x = 2\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm) B. $x = 2\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

C. $x = 4\cos(10\pi t)$ (cm) D. $x = 4\cos(10\pi t + \pi)$ (cm)

### *Giải*

1) $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

2) $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,1}} = 10\pi$ (rad/s)

3) $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{V}{10}\right)^2} = \sqrt{0^2 + \left(\frac{0.628}{10\pi}\right)^2} = 0,02$ (m) $= 2$ (cm)

4) Lúc $t = 0$, $x = 0$ và $V > 0$ nên

$$\begin{cases} 0 = 2\cos\varphi \\ V = -\omega A\sin\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Vậy: $x = 2\cos(10\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

Đáp án: [A].

**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng $K = 64$ N/m, vật nặng $m = 160$ g được treo thẳng đứng. Ta nâng vật lên theo phương thẳng đứng đến khi lò xo không biến dạng. Lúc $t = 0$ thả cho vật dao động điều hòa. Lấy gốc tọa độ là vị trí cân bằng, chiều dương hướng lên và $\pi^2 = 10$ thì phương trình chuyển động của vật là

A. $x = 2\cos(2\pi t)$ cm B. $x = 2\cos(2\pi t + \pi)$ cm

C. $x = 2,5\cos(20t)$ cm D. $x = 2,5\cos(20t + \frac{\pi}{2})$ cm

### *Giải*

1) $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

2) $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = \sqrt{\dfrac{64}{0,16}} = 20$ (rad/s)

3) Lúc thả vật ở li độ:

$$x = \Delta l_0 = \frac{mg}{K} = \frac{0,16.10}{64} = 0,025\ (m) = 2,5\ (cm)$$

4) Lúc t = 0, x = 2,5 (cm)

$$2,5 = 2,5\cos\varphi \rightarrow \cos\varphi = 1 \rightarrow \varphi = 0$$

Vậy: $x = 2,5\cos(20t)$ (cm)

Đáp án: [C].

## DẠNG 3: LỰC ĐÀN HỒI – LỰC ĐÀN HỒI CỰC ĐẠI – LỰC ĐÀN HỒI CỰC TIỂU CỦA VẬT DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

- Lực đàn hồi có độ lớn: $f = K.\Delta l$

  với $\Delta l$ là độ biến dạng của lò xo

- Lực đàn hồi cực đại: $f_{max} = K(\Delta l_0 + A)$
- *Độ lớn* lực đàn hồi cực tiểu:

$$f_{min} = \begin{cases} K(\Delta l_0 - A) \text{ khi } A < \Delta l_0 \\ 0 \qquad\qquad \text{ khi } A \geq \Delta l_0 \end{cases}$$

với $\Delta l_0$ là độ biến dạng của lò xo khi vật cân bằng.

**Ví dụ:** Một *con* lắc lò xo có độ cứng K = 75 N/m treo thẳng đứng, lúc vật ở vị trí cân bằng lò xo giãn ra 4 cm. Cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với vận tốc cực đại là 78,5 cm/s (lấy bằng 25π cm/s). Độ lớn lực đàn hồi cực đại và cực tiểu của lò xo lúc vật dao động là

A. $f_{max} = 6,75$ N; $f_{min} = 0,75$ N

B. $f_{max} = 6,75$ N; $f_{min} = 0$

C. $f_{max} = 8,20$ N; $f_{min} = 0,75$ N

D. $f_{max} = 8,20$ N; $f_{min} = 0$.

### *Giải*

- $\begin{cases} \omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} \\ \Delta l_0 = \dfrac{mg}{K} \end{cases} \rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{g}{\Delta l_0}} = \sqrt{\dfrac{10}{0,04}} = 5\pi$ (rad/s)

- $V_{max} = \omega A \to A = \frac{V_{max}}{\omega} = \frac{25\pi}{5\pi} = 5$ (cm)
- $f_{max} = k(\Delta l_0 + A) = 75(4 + 5).10^{-2} = 6,75$ (N)
- Vì $A > \Delta l_0$ nên $f_{min} = 0$

## DẠNG 4: LỰC HỒI PHỤC

Lực hồi phục luôn luôn hướng về vị trí cân bằng 0 và có biểu thức đại số: $F = -K.x$

– Độ lớn lực hồi phục: $|F| = K|x|$

Độ lớn lực hồi phục cực tiểu: $|F| = 0$

– Lực hồi phục cực đại: $F = K.A$

Lực hồi phục cực tiểu: $F = -KA$.

**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo có vật nặng m = 500 g dao động điều hòa với phương trình $x = 3\cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ (cm), lấy $\pi^2 = 10$.

Lực hồi phục cực đại và cực tiểu lần lượt là

A. $F_{max} = 1,35$ N; $F_{min} = 0$

B. $F_{max} = 13,5$ N; $F_{min} = -13,5$ N

C. $F_{max} = 13,5$ N; $F_{min} = 0$

D. $F_{max} = 1,35$ N; $F_{min} = -1,35$ N.

### *Giải*

$K = m\omega^2 = 0,5(3\pi)^2 = 45$ (N/m)

$F_{max} = kA = 45.3.10^{-2} = 1,35$ (N)

$F_{min} = -kA = -45.3.10^{-2} = -1,35$ (N)

Đáp án: [D].

**Ví dụ 2:** Một con lắc lò xo có độ cứng K = 50 N/m treo thẳng đứng. Lấy chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ là vị trí cân bằng của vật thì phương trình chuyển động của vật là

$$x = 2\cos(4\pi t) \text{ (cm)}. \text{ Lấy } g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ và } \pi^2 = 10$$

Độ lớn lực hồi phục $|F|$ và lực đàn hồi $|f|$ lúc $t = \frac{2}{3}$ s là

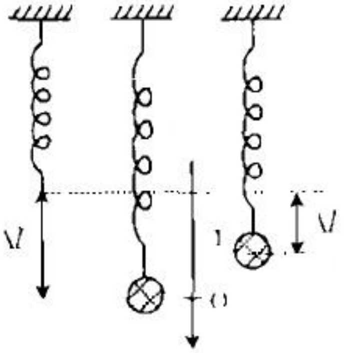
A. $|F| = 0,5$ N; $|f| = 3,625$ N

B. $|F| = 0,433$ N; $|f| = 3,625$ N

C. $|F| = 0,433$ N; $|f| = 2,625$ N

D. $|F| = 0,5$ N; $|f| = 2,625$ N

### *Giải*



Lúc $t = \frac{2}{3}$ s thì: $x = 2\cos\left(4\pi.\frac{2}{3}\right) = -1$ (cm)

- Độ lớn lực hồi phục:

  $|F| = K|x| = 50.10^{-2} = 0,5$ (N)

- Độ dãn lò xo lúc vật cân bằng:

  $\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(4\pi)^2} = 0,0625$ (m)

Dựa vào hình vẽ ta thấy lúc $t = \frac{2}{3}$ s lò xo dãn ra:

$\Delta l = 6,25 - 1 = 5,25$ (cm)

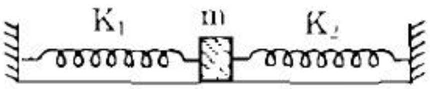
Vậy độ lớn lực đàn hồi

$|f| = K.\Delta l = 50.5,25.10^{-2} = 2,625$ (N)

Đáp án: [D].

## DẠNG 5: HỆ HAI LÒ XO VÀ VẬT NẶNG

### *1. Vật dao động giữa hai lò xo*



- Độ cứng của lò xo *tương đương*:

  $K = K_1 + K_2$

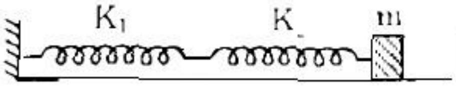
- Chu kì dao động của vật:

  $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}}$$

### *2. Hai lò xo nối tiếp*

- Độ cứng k của lò xo tương *đương* cho bởi:

  $$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \Leftrightarrow K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}$$



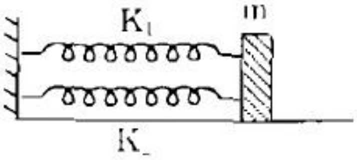
- Chu kì dao động của vật:

  $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{m\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right)}$$

### *3. Hai lò xo ghép song song*

- Độ cứng của lò xo tương đương

  $K = K_1 + K_2$

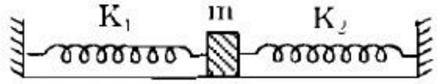


- Chu kì dao động của vật

  $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}}$$

**Ví dụ 1:** Hai lò xo có độ cứng lần lượt $K_1 = 40$ N/m và $K_2 = 60$ N/m cùng gắn vào vật nặng m = 1 kg, còn hai đầu kia được giữ cố định như hình vẽ. Đưa vật ra khỏi vị trí cân bằng rồi thả thì vật dao động điều hòa trên mặt nhẵn nằm ngang. Chu kì dao động của vật là

A. 0,628 s
B. 62,8 s
C. 1,59 s
D. 0,1 s.



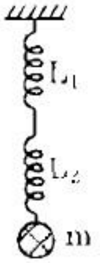
***Giải***

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{40 + 60}} = 0,628\ (s)$$

Đáp án: [A].

**Ví dụ 2:** Hai lò xo $L_1$ và $L_2$ có khối lượng không đáng kể, khi treo vật có khối lượng m bằng lò xo $L_1$ thì nó dao động với chu kì $T_1 = 0,3$ s, khi treo bằng lò xo $L_2$ thì chu kì $T_2 = 0,4$ s. Nếu treo vật m nói trên vào đầu hai lò xo mắc nối tiếp như hình vẽ thì chu kì dao động của vật là

A. 0,7 s
B. $\sqrt{0,7}$ s
C. 2 s
D. 0,5 s.



***Giải***

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1}} \Rightarrow \frac{m}{K_1} = \frac{T_1^2}{4\pi^2}$$

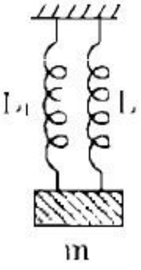
$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_2}} \Rightarrow \frac{m}{K_2} = \frac{T_2^2}{4\pi^2}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{m\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right)} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1} + \frac{m}{K_2}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{T_1^2}{4\pi^2} + \frac{T_2^2}{4\pi^2}} = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 0,5\ (s)$$

**Ví dụ 3:** Hai lò xo $L_1$, $L_2$ có cùng độ dài tự nhiên. Khi treo vật có khối lượng m vào đầu lò xo $L_1$ thì nó dao động với chu kì $T_1$, khi treo vào $L_2$ thì nó dao động với chu kì $T_2$.

Nếu treo vật m vào đầu hai lò xo mắc như hình bên thì chu kì dao động của vật là



A. $T = T_1 + T_2$
B. $T = \frac{T_1T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$

C. $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$
D. $T = \frac{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}{T_1T_2}$

### *Giải*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}} = 2\pi.\frac{1}{\sqrt{\frac{K_1}{m} + \frac{K_2}{m}}}$$

với $\begin{cases} \dfrac{K_1}{m} = \dfrac{4\pi^2}{T_1^2} \\ \dfrac{K_2}{m} = \dfrac{4\pi^2}{T_2^2} \end{cases}$ nên $T = 2\pi.\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{4\pi^2}{T_1^2} + \dfrac{4\pi^2}{T_2^2}}}$

$$T = \frac{T_1T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$$

Đáp án: [B].

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**5.1.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T. Thời gian giữa hai lần liên tiếp để vật đi qua vị trí cân bằng là

A. $\frac{T}{4}$ B. $\frac{T}{2}$ C. T D. $\frac{3T}{4}$

**5.2.** Với cùng lò xo, nếu khối lượng vật nặng tăng lên 4 lần thì số dao động toàn phần trong 1 s của con lắc

A. giảm đi 2 lần B. giảm đi 4 lần

C. tăng lên 2 lần D. tăng lên 4 lần.

**5.3.** Lực hồi phục của con lắc lò xo có giá trị cực đại phụ thuộc vào

A. độ cứng lò xo và khối lượng của vật

B. vận tốc và khối lượng của vật

C. vận tốc và biên độ dao động của vật

D. độ cứng lò xo và biên độ dao động của vật.

**5.4.** Chọn câu **đúng**

Khi con lắc lò xo dao động điều hòa thì lực hồi phục luôn luôn

A. cùng hướng với chuyển động

B. ngược hướng với chuyển động

C. hướng về vị trí cân bằng

D. hướng ra xa vị trí cân bằng

**5.5.** Chọn câu **đúng**

Khi con lắc lò xo dao động điều hòa thì vectơ gia tốc của vật luôn luôn

A. cùng hướng với chuyển động

B. ngược hướng với chuyển động

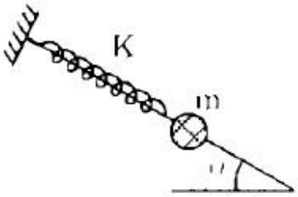
C. hướng về vị trí cân bằng

D. hướng ra xa vị trí cân bằng

**5.6.** Một con lắc lò xo gồm lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0$ = 20 cm, độ cứng K = 15 N/m và vật nặng m = 75 g treo thẳng đứng. Lấy g = 10 m/s$^2$. Cho vật nặng dao động điều hòa thẳng đứng với biên độ 2 cm thì chiều dài cực đại của lò xo trong quá trình dao động là

A. 25 cm B. 27 cm C. 22 cm D. 30 cm.

**5.7.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa dọc theo trục nghiêng với mặt ngang góc $\alpha = 30^\circ$ như hình vẽ. Biết rằng lúc vật qua vị trí cân bằng lò xo giãn ra 5 cm. Lấy g = 10 m/s$^2$. Chu kì dao động của vật là



A. 0,628 s B. 0,5 s C. 1 s D. 2 s.

**5.8.** Một con lắc lò xo gồm lò xo có K = 100 N/m, vật nặng m = 1 kg treo thẳng đứng. Nâng vật lên khỏi vị trí cân bằng một khoảng 2 cm rồi truyền cho vật vận tốc 20 cm/s hướng thẳng đứng xuống dưới cho vật dao động điều hòa. Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống và t = 0 là lúc vật bắt đầu chuyển động thì phương trình chuyển động của vật là

A. $x = 4\cos(10t)$ cm B. $x = 2\sqrt{2}\cos(10t)$ cm

C. $x = 4\cos\left(10t - \frac{3\pi}{4}\right)$ cm D. $x = 2\sqrt{2}\cos\left(10t - \frac{3\pi}{4}\right)$ cm

**5.9.** Con lắc lò xo treo thẳng đứng, lúc vật cân bằng lò xo giãn ra 10 cm. Kéo vật xuống dưới vị trí cân bằng 5 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống và t = 0 là lúc thả vật. Lấy g = 10 m/s$^2$. Phương trình chuyển động của vật là

A. $x = 5\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm B. $x = 5\cos(10t)$ cm

C. $x = 5\cos\left(\frac{2\pi}{10}t - \frac{\pi}{2}\right)$ cm D. $x = 5\cos\left(\frac{2\pi}{10}t\right)$ cm.

**5.10.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với biên độ 5 cm, chu kì 1 s. Lấy $\pi^2 = 10$. Độ lớn gia tốc của vật lúc t = 0 là 100 cm/s$^2$, lúc này vật đang chuyển động nhanh dần theo chiều âm. Phương trình chuyển động của vật là

A. $x = 5\cos(2\pi t)$ (cm) B. $x = 5\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ (cm)

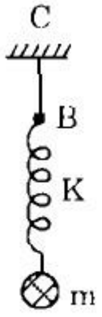
C. $x = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (cm) D. $x = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (cm)

**5.11.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Lúc vật ở vị trí cân bằng lò xo giãn ra 2 cm. Kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới 4 cm so với vị trí cân bằng rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Lấy $g = 10\ m/s^2$ Khoảng thời gian lò xo bị nén trong mỗi chu kì là

A. 0,150 s B. 0,016 s C. 0,094 s D. 0,300 s.

**5.12.** Vật nặng m = 100 g gắn vào đầu lò xo có K = 40 N/m. Đầu kia của lò xo nối với đầu B của đoạn dây không giãn CB như hình vẽ. Chiều dài tự nhiên của lò xo là 20 cm. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng xuống phía dưới theo phương thẳng đứng rồi thả cho vật dao động điều hòa. Lúc thả chiều dài $l$ của lò xo thỏa mãn điều kiện nào sau đây để khi vật dao động dây CB không bị chùng?



A. $l > 20$ cm B. $l \geq 30$ cm

C. $l < 27,5$ cm D. $l < 25$ cm.

**5.13.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T = 0,2 s, biên độ 8 cm. Lúc t = 0 vật qua li độ x = −4 cm theo chiều dương.

Quãng đường vật đi được trong $\frac{1}{4}$ chu kì kể từ t = 0 là

A. 8 cm B. $4\sqrt{2}$ cm C. 10,928 cm D. 19,32 cm.

**5.14.** Con lắc lò xo treo thẳng đứng đang dao động điều hòa với biên độ A, chu kì T. Kể từ lúc vật nặng đang ở vị trí thấp nhất thì sau thời gian $\frac{T}{3}$ vật sẽ đi được quãng đường s là

A. $\frac{4A}{3}$ B. $\frac{5A}{3}$ C. $\frac{3A}{2}$ D. $\frac{2A}{3}$.

**5.15.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng có độ cứng K và vật nặng m = 1,8 kg dao động điều hòa với biên độ A. Thời gian để vật nặng đi được quãng đường $\frac{A}{2}$ kể từ vị trí cao nhất là 0,25 s. Lấy $\pi^2 = 10$. Độ cứng K của lò xo là

A. 32 N/m B. 8 N/m C. 64 N/m D. 100 N/m

**5.16.** Một hệ quả cầu và lò xo đang dao động điều hòa với chu kì dao động là 1 s. Sau khi bắt đầu dao động được 2,5 s quả cầu ở li độ $x = -5\sqrt{2}$ cm và đang đi theo chiều âm của quĩ đạo với độ lớn vận tốc là $10\pi\sqrt{2}$ cm/s. Lúc bắt đầu dao động quả cầu ở li độ

A. 0 B. $-5\sqrt{2}$ cm C. $5\sqrt{2}$ cm D. 10 cm

**5.17.** Con lắc lò xo đang dao động điều hòa thẳng đứng với chu kì 1 s, biên độ 7 cm. Biết lúc t = 0 vật qua vị trí cân bằng và đi xuống. Lấy $g = 10\ m/s^2$ và $\pi^2 = 10$. Lúc $t = \frac{7}{12}$ s lò xo

A. co 3,5 cm
B. giãn 25 cm
C. giãn 28,5 cm
D. giãn 21,5 cm.

**5.18.** Con lắc lò xo treo thẳng đứng. Vật được giữ ở vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên rồi thả nhẹ cho dao động điều hòa với chu kì 0,628s (lấy bằng 0,2π). Vận tốc của vật khi đi qua vị trí cân bằng là

A. 1 m/s
B. 0,75 m/s
C. 0,5 m/s
D. 0,25 m/s

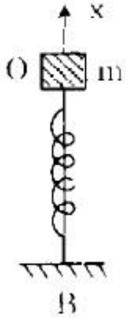
**5.19.** Con lắc lò xo có vật nặng 1 kg dao động điều hòa theo phương ngang với chu kì T = 2 s. Vận tốc của vật lúc qua vị trí cân bằng có độ lớn 10π cm/s. Lúc t = 0 vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lấy $\pi^2 = 10$. Lực đàn hồi của lò xo tác dụng lên vật lúc t = 0,5 s có độ lớn và chiều là

A. 0,5 N, chiều dương
B. 0,5 N, chiều âm
C. 1,0 N, chiều dương
D. 1,0 N, chiều âm

**5.20.** Con lắc lò xo gồm lò xo và vật nặng m = 100 g. Cho con lắc dao động điều hòa thẳng đứng bằng cách giữ vật ở vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10\ m/s^2$. Giá trị nhỏ nhất ($f_{min}$) và lớn nhất ($f_{max}$) của lực đàn hồi lò xo là

A. $f_{min} = 1$ N; $f_{max} = 2$ N
B. $f_{min} = 0$; $f_{max} = 3$ N
C. $f_{min} = 0$ N; $f_{max} = 2$ N
D. $f_{min} = 0$; $f_{max}$ không tính được vì thiếu giá trị độ cứng k của lò xo

**5.21.** Một con lắc lò xo dựng như hình vẽ với m = 800 g sao cho vật có thể dao động điều hòa thẳng đứng dọc theo trục Bx như hình vẽ. Khi vật ở vị trí cân bằng O lò xo bị nén 1 cm, lúc đó ta truyền cho vật vận tốc $30\sqrt{10}$ cm/s hướng theo trục Ox. Lấy $g = 10\ m/s^2$.
Độ nhỏ nhất ($f_{min}$) và lớn nhất ($f_{max}$) của lực mà lò xo tác dụng lên giá đỡ B là



A. $f_{min} = 0$; $f_{max} = 20$ N
B. $f_{min} = 0$; $f_{max} = 12$ N
C. $f_{min} = 1$ N; $f_{max} = 20$ N
D. $f_{min} = 1$ N; $f_{max} = 12$ N

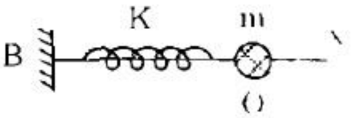
**5.22.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Lúc vật ở vị trí cân bằng lò xo giãn 10 cm. Cho vật dao động điều hòa thẳng đứng thì lực đàn hồi cực đại gấp 3 lần lực đàn hồi cực tiểu. Lấy $g = 10\ m/s^2$.
Vận tốc của vật lúc qua vị trí cân bằng là

A. 60 cm/s
B. 50 cm/s
C. 40 cm/s
D. 30 cm/s.

**5.23.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nhỏ khối lượng m = 250 g và một lò xo nhẹ có độ cứng K = 100 N/m. Kéo vật m xuống dưới theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo giãn 7,5 cm thì thả nhẹ. Gọi t = 0 là lúc thả. Lấy $g = 10\ m/s^2$. Lực đàn hồi của lò xo lúc $t = \frac{\pi}{60}$ s là

A. 0 B. 2,5 N C. 3,2 N D. 5 N.

**5.24.** Một lò xo có độ cứng K = 10 N/m, vật nặng m = 50 g dao động trên thanh cứng Bx nằm ngang như hình vẽ với biên độ A = 2 cm. Lấy $g = 10\ m/s^2$. Lúc vật qua vị trí cân bằng O thì lò xo đã tác dụng lên giá B một lực f có độ lớn



A. 0 B. 0,5 N C. 1 N D. 1,5 N.

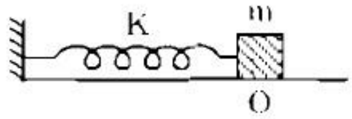
**5.25.** Một lò xo có khối lượng không đáng kể, chiều dài tự nhiên $l_0 = 125$ cm được treo thẳng đứng, một đầu gắn với quả cầu nhỏ khối lượng m. Chọn trục Ox thẳng đứng hướng xuống, gốc tọa độ O ở vị trí cân bằng của quả cầu. Phương trình dao động của quả cầu là $x = 10\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$ (cm).

Trong quá trình dao động của quả cầu, tỉ số giữa độ lớn nhất và nhỏ nhất của lực đàn hồi lò xo là $\frac{7}{3}$. Lấy $g = 10\ m/s^2$ và $\pi^2 = 10$.

Chiều dài lò xo lúc t = 1 s là

A. 27 cm B. 95 cm C. 145 cm D. 180 cm.

**5.26.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang như hình vẽ. Trong quá trình dao động, chiều dài lò xo thay đổi từ 20 cm → 28 cm và lực đàn hồi cực đại có độ lớn $f_{max} = 1,6$ N.



Độ cứng K của lò xo là

A. 25 N/m B. 30 N/m C. 40 N/m D. 100 N/m.

**5.27.** Con lắc lò xo treo thẳng đứng. Nâng vật lên cách vị trí cân bằng 3 cm rồi truyền cho nó vận tốc $20\sqrt{10}$ cm/s theo phương thẳng đứng để vật dao động điều hòa với tần số góc $5\sqrt{10}$ rad/s. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

Độ lớn của lực đàn hồi cực tiểu của lò xo là

A. 1,25 N B. 1,5 N

C. 0 D. Một giá trị khác.

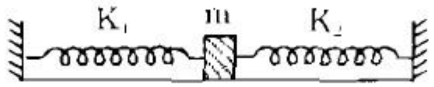
**5.28.** Con lắc lò xo có độ cứng K = 20 N/m dao động điều hoà theo phương ngang với chu kì T = 0,5 s. Trong quá trình dao động lò xo giãn nhiều nhất là 4 cm. Lấy t = 0 là lúc lò xo không biến dạng và vật đi theo chiều dương thì lúc t = $\frac{7}{24}$ s lực hồi phục tác dụng lên vật có độ lớn là

A. 0 B. 0,2 N C. 0,5 N D. 0,4 N

**5.29.** Con lắc lò xo có độ cứng K treo thẳng đứng. Ở vị trí cân bằng lò xo giãn ra $\Delta l_0$. Con lắc dao động điều hòa với biên độ A. Độ lớn lực hồi phục tác dụng lên vật khi lò xo dài nhất là

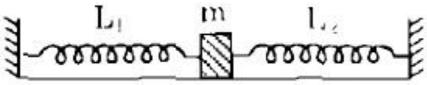
A. K.A B. $K(\Delta l_0 + A)$ C. $K(\Delta l_0 - A)$ D. 2K.A.

**5.30.** Vật nặng m = 300 g cùng với hai lò xo có độ cứng $K_1$ = 16 N/m và $K_2$ = 14 N/m mắc như hình vẽ. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng 5 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Vận tốc của vật lúc trở lại vị trí cân bằng là



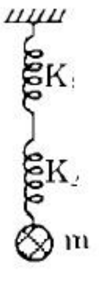
A. 12 cm/s B. 30 cm/s C. 15 cm/s D. 50 cm/s.

**5.31.** Có hai lò xo $L_1$, $L_2$ và vật nặng m. Nếu treo vật m vào lò xo $L_1$ thì nó dao động với chu kì 1,2 s; nếu treo vật m vào lò xo $L_2$ thì nó dao động với chu kì 1,6 s. Nếu vật m cùng với hai lò xo $L_1$, $L_2$ tạo thành hệ như hình vẽ thì nó dao động với chu kì là



A. 1,2 s B. 0,96 s C. 1,5 s D. 2 s.

**5.32.** Hai lò xo có độ cứng $K_1$ = 24 N/m; $K_2$ = 36 N/m được ghép nối tiếp nhau rồi treo thẳng đứng như hình vẽ. Đầu kia treo vật nặng m = 36 g. Cho vật dao động điều hòa thì chu kì dao động của vật là



A. 0,314 s B. 0,154 s

C. 0,5 s D. 2 s.

# HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**5.1.** Đáp án: [B].

**5.2.** Đáp án: [A]

Số dao động trong 1 s là tần số f với:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

với K không đổi, m tăng lên 4 lần thì f giảm 2 lần.

**5.3.** Đáp án: [D]

Lực hồi phục của con lắc lò xo có độ lớn cực đại phụ thuộc vào K và A: $F_{max} = K.A$.

**5.4.** Đáp án: [C]

**5.5.** Đáp án: [C].

**5.6.** Đáp án: [B]

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{K} = 0{,}05\ (m) = 5\ (cm)$$

$$l_{max} = l_0 + \Delta l_0 + A = 27\ (cm)$$

**5.7.** Đáp án: [A]

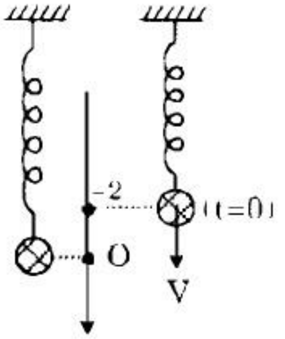
$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}} \\ \Delta l_0 = \dfrac{mg\sin\alpha}{K} \end{cases} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l_0}{g\sin\alpha}} = 0{,}628\ (s).$$

**5.8.** Đáp án: [D]

- $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = 10\ (rad/s)$
- $A = \sqrt{x^2 + \left(\dfrac{V}{\omega}\right)^2} = 2\sqrt{2}\ (cm)$
- $t = 0,\ x = -2cm,\ V > 0$

$$\begin{cases} -2 = 2\sqrt{2}\cos\varphi \\ V = -\omega A\sin\varphi > 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \rightarrow \varphi = -\frac{3\pi}{4}$$



Vậy: $x = 2\sqrt{2}\cos\left(10t - \dfrac{3\pi}{4}\right)$ (cm).

**5.9.** Đáp án: [B]

- $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{\Delta l_0}} = 10$ (rad/s)
- $A = \sqrt{x^2 + \left(\dfrac{v}{\omega}\right)^2} = \sqrt{5^2 + 0} = 5$ (cm)
- $t = 0$, $x = 5$ cm:

$$5 = 5\cos\varphi \Rightarrow \varphi = 0$$

Vậy: $x = 5\cos(10t)$ cm.

**5.10.** Đáp án: [B]

Có $A = 5$ cm, $\omega = 2\pi$ rad/s nên

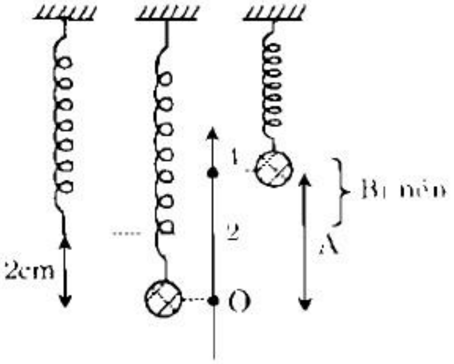
$$(*)\begin{cases} v = -10\pi\sin(2\pi t + \varphi) \\ a = -20\pi^2\cos(2\pi t + \varphi) = -200\cos(2\pi t + \varphi) \end{cases}$$

Lúc $t = 0$ thì $\begin{cases} a.v < 0 \\ v > 0 \end{cases} \Rightarrow a < 0$ tức $a = -100$ cm/s$^2$

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} -10\pi\sin\varphi > 0 \\ -100 = -200\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi < 0 \\ \cos\varphi = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{3}$$

Vậy: $x = 5\cos(2\pi t + \dfrac{\pi}{3})$ (cm).

**5.11.** Đáp án: [C]



- $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta l_0}{g}} \approx 0{,}28$ (s)
- $A = 4$cm, $\Delta l_0 = 2$ cm nên lò xo bị nén từ $x = +2$ cm $\rightarrow x = +4$ cm; với thời gian 2 lần lên và xuống là $\Delta t = 2.\dfrac{T}{6} \approx 0{,}094$ (s)

(Nhắc lại: thời gian đi từ $x = \dfrac{A}{2}$ đến $x = A$ là $\dfrac{T}{6}$)

**5.12.** Đáp án: [D]

- $\Delta l_0 = \dfrac{mg}{K} = 0{,}025$ (m) $= 2{,}5$ (cm)
- Dây không bị chùng khi lò xo không bị co, muốn vậy biên độ dao động A phải thoả:

$$A \le \Delta l_0 = 2{,}5 \text{ (cm)}$$

- Vì thả không vận tốc đầu nên:

$$l = l_0 + \Delta l_0 + A = 20 + 2{,}5 + 2{,}5 = 25 \text{ (cm)}.$$

**5.13.** Đáp án: |C|

Có: • $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi$ (rad/s)

• $A = 8$ cm

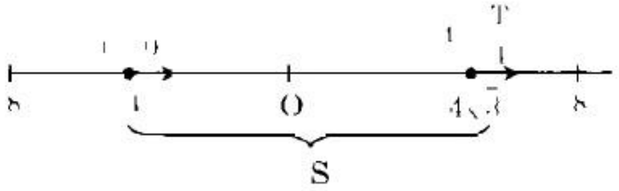
• lúc $t = 0$, $x = -4$ cm, $V > 0$

$$\begin{cases} -4 = 8\cos\varphi \\ V = -\omega A\sin\varphi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = -\frac{1}{2} \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{3}$$

Vậy: $x = 8\cos\left(10\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$ (cm)

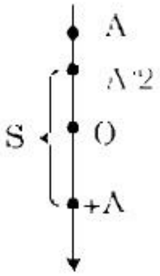
Lúc $t = \frac{T}{4} = 0,05$ s thì

$$\begin{cases} x = 8\cos\left(10\pi.0,05 - \frac{2\pi}{3}\right) = 8\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 4\sqrt{3} \text{ cm} \\ V = -80\pi\sin\left(10\pi.0,05 - \frac{2\pi}{3}\right) = -80\pi\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) > 0 \end{cases}$$



Vậy: $S = 4 + 4\sqrt{3} \approx 10,928$ cm.

**5.14.** Đáp án: |C|



Chọn t = 0 là lúc vật ở vị trí thấp nhất

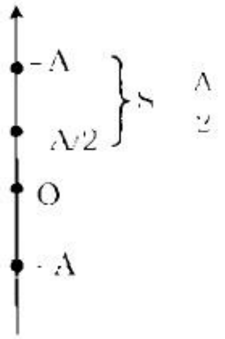
$(x = +A)$ thì $x = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

lúc $t = \frac{T}{3}$: $x = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{3}\right) = A\cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{A}{2}$

và $V = -\frac{2\pi}{T}A\sin\frac{2\pi}{3} < 0$: vật qua $-\frac{A}{2}$ và đang đi lên.

Vậy: $S = A + \frac{A}{2} = \frac{3A}{2}$.

**5.15.** Đáp án: |A|



Thời gian để vật nặng đi được quãng đường $\frac{A}{2}$ kể từ vị trí cao nhất (điểm biên) là $\frac{T}{6}$:

$$\frac{T}{6} = 0,25 \rightarrow T = 1,5\ (s)$$

với $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \rightarrow K = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 32\ (N/m)$

**5.16.** Đáp án: [C]

Có $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$ (rad/s)

$$\begin{cases} x = A\cos(2\pi t + \varphi) \\ V = -2\pi A\sin(2\pi t + \varphi) \end{cases}$$

Chọn t = 0 là lúc bắt đầu dao động thì lúc t = 2,5 s:

$$\begin{cases} -5\sqrt{2} = A\cos(5\pi + \varphi) = -A\cos\varphi \\ -10\pi\sqrt{2} = -2\pi A\sin(5\pi + \varphi) = 2\pi A\sin\varphi \end{cases}$$

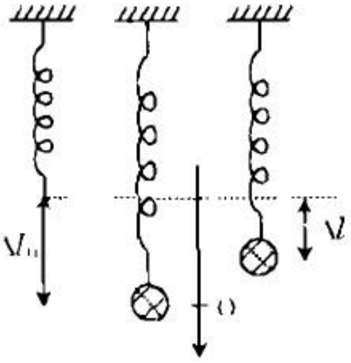
$$\rightarrow \begin{cases} 5\sqrt{2} = A\cos\varphi \\ -5\sqrt{2} = A\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -\frac{\pi}{4} \\ A = 10\,cm \end{cases}$$

Vậy: $x = 10\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ cm.

Lúc t = 0: $x = 10\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 5\sqrt{2}$ (cm).

**5.17.** Đáp án: [D]

Chọn chiều dương hướng xuống.



- $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$ (rad/s)
- A = 7 cm
- $t = 0,\ x = 0,\ V > 0 \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

Vậy: $x = 7\cos(2\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

Lúc $t = \frac{7}{12}$ s:

$x = 7\cos\left(2\pi.\frac{7}{12} - \frac{\pi}{2}\right) = -3,5$ (cm): phía trên vị trí cân bằng O 2,5 cm.

Mặt khác $\Delta l_0 = \frac{mg}{K} = \frac{g}{\omega^2} = 0,25\ (m) = 25\ (cm)$

Vậy lò xo giãn:

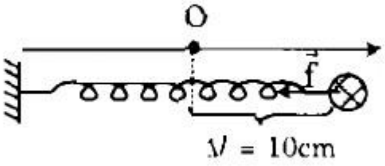
$\Delta l = 25 - 3,5 = 21,5$ (cm)

**5.18.** Đáp án: [A]

- $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 10$ (rad/s)
- $A = \Delta l_0 = \dfrac{g}{\omega^2} = 0{,}1$ (m)
- Vận tốc qua vị trí cân bằng là vận tốc cực đại:

$$V_{max} = \omega A = 1 \text{ (m/s)}$$

**5.19.** Đáp án: [D]



- $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \pi$ rad/s
- $A = \dfrac{V_0}{\omega} = 10$ (cm)
- $t = 0,\ x = 0,\ V > 0 \rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{2}$

Vậy: $x = 10\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)$ (cm)

Lúc $t = 0{,}5$ s $\rightarrow x = 10\cos 0 = 10$ cm

Vì lò xo nằm ngang nên ở li độ 10 cm lò xo đã biến dạng 10 cm: $\Delta l = 10$ cm.

$$|\vec{f}| = K\Delta l = m\omega^2\Delta l = 1 \text{ (N)}$$

Vì vật ở $x > 0$ và lực hướng về O tức $\vec{f}$ hướng về phía âm.

**5.20.** Đáp án: [C]

- $A = \Delta l_0 \rightarrow f_{min} = 0$
- $f_{max} = K(\Delta l_0 + A) = 2K\Delta l_0$

$$= 2K.\frac{mg}{K} = 2mg = 2 \text{ (N)}.$$

**5.21.** Đáp án: [A]

- $K = \dfrac{mg}{\Delta l_0} = 200$ (N/m)
- $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = 5\sqrt{10}$ (rad/s)
- $A = \dfrac{V_0}{\omega} = 6$ (cm)

Vì $A > \Delta l_0 \rightarrow f_{min} = 0$

và $f_{max} = K(\Delta l_0 + A) = 20$ (N)

Lực đàn hồi của lò xo cũng là lực tác dụng lên giá đỡ B

**5.22.** Đáp án: [B]

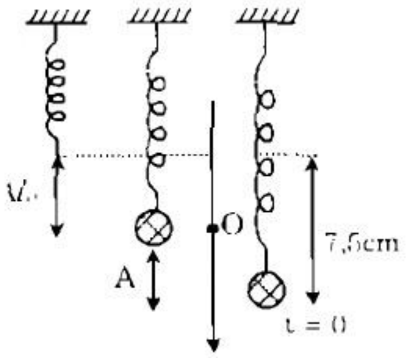
$$\frac{f_{max}}{f_{min}} = \frac{K(\Delta l_0 + A)}{K(\Delta l_0 - A)} = 3$$

$$\Rightarrow A = \frac{\Delta l_0}{2} = 5\ (cm)$$

và $$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = 10\ (rad/s)$$

$$V_{(0)} = \omega.A = 50\ (cm/s)$$

**5.23.** Đáp án: [D]



- $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 20$ (rad/s)
- $\Delta l_0 = \frac{mg}{K} = 2,5$ (cm)

  $A = 7,5 - 2,5 = 5$ (cm)
- $t = 0,\ x = 5$ cm $\Rightarrow \varphi = 0$

Vậy: $x = 5\cos(20t)$ (cm)

- Lúc $t = \frac{\pi}{60}$ s: $x = 5\cos\left(20.\frac{\pi}{60}\right) = 2,5$ (cm), lúc này lo xo giãn

  $\Delta l = 2,5 + 2,5 = 5$ (cm)
- Lực đàn hồi: $f = K\Delta l = 5$ (N).

**5.24.** Đáp án: [A]

Lực do lò xo tác dụng lên giá B chính là lực đàn hồi của lò xo.

Vì lò xo đặt nằm ngang nên lúc vật qua vị trí cân bằng lò xo không biến dạng ($\Delta l = 0$), vậy $f = 0$

**5.25.** Đáp án: [C]

- $\frac{f_{max}}{f_{min}} = \frac{K(\Delta l_0 + A)}{K(\Delta l_0 - A)} = \frac{7}{3} \Rightarrow \Delta l_0 = 25$ (cm)
- $\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = 2\pi$ (rad/s)

nên: $x = 10\cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$ (cm)

- Lúc t = 1 s $\Rightarrow x = 10\cos\left(2\pi - \frac{2\pi}{3}\right) = -5$ (cm)
- $l = l_0 + \Delta l_0 + x = 145$ (cm)

**5.26.** Đáp án: [C]

$$A = \frac{l_{max} - l_{min}}{2} = 4\ (cm)$$

Vật ở vị trí biên thì lò xo có độ lớn lực đàn hồi cực đại: $f_{max} = kA$

$$\rightarrow k = \frac{f_{max}}{A} = 40\ (N/m$$

**5.27.** Đáp án: [C]

$$\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = 0,04\ (m) = 4\ (cm)$$

$$A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2} = 5\ (cm) > \Delta l_0$$

Vậy: $f_{min} = 0$.

**5.28.** Đáp án: [D]

- $\omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi\ (rad/s)$
- $A = 4\ (cm)$
- $t = 0,\ x = 0,\ V > 0 \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

Vậy $x = 4\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ (cm)$

- Lúc $t = \frac{7}{24}$ s: $x = 4\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2\ (cm)$
- $|F| = K|x| = 0,1\ (N)$

**5.29.** Đáp án: [A]

Khi lò xo dài nhất thì $|x| = A$, lúc đó độ lớn lực hồi phục là $|F| = K.A$.

**5.30.** Đáp án: [D]

$$K = K_1 + K_2 = 30\ N/m$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 10\ (rad/s)$$

Lúc vật trở lại vị trí cân bằng O nó có vận tốc cực đại:

$$V_{max} = \omega A = 50\ cm/s.$$

**5.31.** Đáp án: [B]

$$T = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} = 0,96\ (s).$$

**5.32.** Đáp án: [A]

Độ cứng của hệ lò xo: $K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} = 11,4\ (N/m)$

Chu kì: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 0,311\ (s)$.

## 6. CON LẮC ĐƠN – CON LẮC VẬT LÍ

### TÓM TẮT LÍ TUYẾT

1. **Con lắc đơn** gồm một vật nặng có kích thước nhỏ, có khối lượng m treo ở đầu một sợi dây mềm không giãn có độ dài $l$ và khối lượng không đáng kể.

2. **Phương trình động lực học của con lắc đơn khi dao động bé**

$$S'' + \omega^2 S = 0$$

với $\omega^2 = \dfrac{g}{l}$

3. **Phương trình dao động của con lắc đơn khi dao động bé**

$$S = S_0\cos(\omega t + \varphi)$$

hay $\alpha = \alpha_0\cos(\omega t + \varphi)$

với $\alpha = \dfrac{S}{l}$ và $\alpha_0 = \dfrac{S}{l}$

4. **Tần số góc – Chu kì – Tần số dao động bé của con lắc đơn**

- Tần số góc: $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$
- Chu kì: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$
- Tần số: $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l}}$

5. **Con lắc vật lí**

– Con lắc vật lí là một vật rắn quay quanh một trục nằm ngang cố định.

Phương trình động lực học khi dao động bé:

$$\alpha'' + \omega^2\alpha = 0$$

với $\omega^2 = \dfrac{mgd}{I}$

– Phương trình dao động khi dao động bé:

$$\alpha = \alpha_0\cos(\omega t + \varphi)$$

- Tần số góc – chu kì dao động bé:

$$\omega = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

**6. Hệ dao động**

- Vật dao động cùng với vật tác dụng lực kéo lên vật dao động gọi là hệ dao động
- Dao động của hệ xảy ra dưới tác dụng chỉ nội lực gọi là dao động tự do (hoặc dao động riêng).
- Tần số góc của dao động tự do gọi là tần số góc riêng.

## BÀI TẬP CƠ BẢN

### DẠNG 1: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA CON LẮC ĐƠN

***1. Phương trình tổng quát:*** $S = S_0\cos(\omega t + \varphi)$

***2. Tần số góc ω:*** $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.f$

***3. Biên độ $S_0$:*** $S_0 = \sqrt{S^2 + \left(\frac{V}{\omega}\right)^2}$

$$S_0 = \frac{V_{max}}{\omega}$$

***4. Pha ban đầu φ:*** Dựa vào điều kiện ban đầu:

$t = 0$ thì $S = a$ (đã biết) và $V > 0$ (hay $V < 0$)

***Chú ý:*** Muốn tìm phương trình chuyển động dưới dạng li độ góc $\alpha = \alpha_0\cos(\omega t + \varphi)$ thì ta vẫn đi tìm phương trình $S = S_0\cos(\omega t + \varphi)$, sau đó chia 2 vế cho $l$.

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn dài 20 cm treo tại một điểm cố định. Kéo con lắc khỏi phương trình thẳng đứng theo chiều dương một góc 0.1 rad rồi truyền cho vật nặng một vận tốc bằng 14 cm/s theo phương vuông góc với dây về phía vị trí cân bằng O cho con lắc dao động điều hòa. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian là lúc con lắc đi qua vị trí cân bằng lần thứ nhất. Lấy $g = 9.8\ m/s^2$

Phương trình chuyển động của con lắc là

A. $S = 2\cos(7t)$ (cm)

B. $S = 2\sqrt{2}\cos(7t)$ (cm)

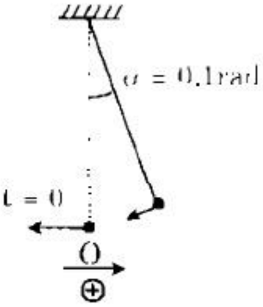
C. $S = 10\cos(7t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

D. $S = 2\sqrt{2}\cos(7t + \frac{\pi}{2})$ (cm)

### *Giải*

1) $S = S_0\cos(\omega t + \varphi)$

2) $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}} = 7$ (rad/s)



3) $S = l.\alpha = 2$ (cm)

$$S_0 = \sqrt{S^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = 2\sqrt{2}\ \text{(cm)}$$

4) Lúc t = 0, S = 0 và v < 0

$$\begin{cases} 0 = S_0\cos\varphi \\ v = -\omega S_0\sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \\ \sin\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Vậy: $S = 2\sqrt{2}\cos(7t + \dfrac{\pi}{2})$ (cm)

Đáp án: [D].

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn đang đứng yên tại vị trí cân bằng thăng đứng ta truyền cho con lắc vận tốc $10\sqrt{5}$ cm/s theo phương nằm ngang hướng theo chiều dương để con lắc dao động điều hòa. Sau khoảng thời gian $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ s con lắc trở lại vị trí ban đầu lần thứ nhất. Chọn gốc tọa độ là đường thẳng đứng đi qua vị trí cân bằng, gốc thời gian là lúc con lắc lên vị trí cao nhất lần đầu tiên kể từ lúc bắt đầu chuyển động.

Lấy $g = 10$ m/s$^2$ và $\pi^2 = 10$.

Phương trình chuyển động của con lắc là:

A. $\alpha = 0,1\cos(\sqrt{2}.\pi.t)$ (rad)　　B. $\alpha = 5\cos(\sqrt{2}.\pi t)$ (rad)

C. $\alpha = 10\cos(2\sqrt{2}\pi t)$ (rad)　　D. $\alpha = 0,1\cos(\sqrt{2}\pi t + \pi)$ (rad)

### *Giải*

1) $S = S_0\cos(\omega t + \varphi)$

2) Tần số góc ω:

có $\dfrac{T}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow T = \sqrt{2}$ (s)

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{2}\pi$ (rad/s)

3) Biên độ $S_0$: $S_0 = \dfrac{V_0}{\omega} = 5$ (cm)

4) Pha ban đầu φ: t = 0, $S = S_0$ nên $\varphi = 0$

Vậy: $S = 5\cos(\sqrt{2}\pi t)$ (cm)

$$\rightarrow \frac{S}{l} = \frac{5}{l}\cos(\sqrt{2}\,\pi t)$$

với $l = \frac{g}{\omega^2} = 0,5\ (m) = 50\ (cm)$

Vậy: $\alpha = \frac{5}{50}\cos(\sqrt{2}\,\pi t)$

$\alpha = 0,1\cos(\sqrt{2}\,\pi t)$ (rad)

Đáp án: [A]

## DẠNG 2: CHU KÌ THAY ĐỔI DO THAY ĐỔI CHIỀU DÀI

+ Với chiều dài $l_1$: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$

+ Với chiều dài $l_2$: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$

+ Lập tỉ số: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}$

**Ví dụ 1:** Một con lắc đơn dao động bé có chu kì 2s. Nếu gia tốc trọng trường g không đổi, chiều dài tăng thêm 1% so với chiều dài cũ thì chu kì dao động của con lắc là:

A. 2,10s B. 2,01s C. 2,05s D. 2,08s.

### *Giải*

Với chiều dài $l$: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2$ (s)

Chu kì con lắc khi chiều dài tăng thêm $\Delta l$: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l + \Delta l}{g}}$

Lập tỉ số: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l + \Delta l}{g}} = \sqrt{1 + \frac{\Delta l}{l}}$

Với $\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{100} = 0,01$

Nên $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1,01} \rightarrow T_2 = 2.\sqrt{1,01} \approx 2,01$ (s)

Đáp án: [B]

**Ví dụ 2:** Gia tốc rơi tự do tại Hà Nội và TP. Hồ Chí Minh lần lượt là $g_1 = 9,793\ m/s^2$ và $g_2 = 9,787\ m/s^2$. Một con lắc đơn có chiều dài không bị thay đổi bởi nhiệt độ. Phải tăng hay giảm chiều dài con lắc bao nhiêu phần trăm so với chiều dài cũ để chu kì con lắc không đổi khi đưa từ Hà Nội vào TP. Hồ Chí Minh?

A. giảm 0,6%　　　　B. tăng 0,6%

C. giảm 0,06%　　　　D. tăng 0,06%

**_Giải_**

Vì chu kì không đổi nên:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l + \Delta l}{g_2}} \rightarrow \frac{l + \Delta l}{l} = \frac{g_2}{g_1}$$

$$1 + \frac{\Delta l}{l} = \frac{g_2}{g_1}$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{-g_1 + g_2}{g_1} = \frac{-0,006}{9,793} \approx -0,0006$$

$= -0,06\%$: giảm 0,06%

Đáp án: [C].

## DẠNG 3: CHU KÌ THAY ĐỔI DO NHIỆT ĐỘ THAY ĐỔI

+ Chiều dài con lắc đơn (bằng kim loại) phụ thuộc vào nhiệt độ:

$$l_t = l_0[1 + \alpha(t - t_0)]$$

với: $l_t$: chiều dài ở $t^0C$

$l_0$: chiều dài ở $t_0^0C$

$\alpha$ là hệ số nở dài

+ Chu kì ở hai nhiệt độ $t_0$ và t:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}\ ;\ T = 2\pi\sqrt{\frac{l_t}{g}}$$

+ Lập tỉ số: $\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{l_t}{l_0}} = \sqrt{1 + \alpha(t - t_0)}$

+ Thường thì $\alpha(t - t_0) << 1$ nên ta có gần đúng:

$$\frac{T}{T_0} \approx 1 + \frac{\alpha}{2}(t - t_0).$$

**Ví dụ:** Một con lắc đơn có chu kì $T_0 = 2s$ khi dao động bé. Biết dây treo có hệ số dãn nở $\alpha = 2.10^{-5}K^{-1}$. Vẫn ở cùng vị trí nhưng nhiệt độ tăng thêm $10^0C$ thì chu kì dao động bé của con lắc là:

A. 1,9998 (s)　　B. 2,0002 (s)　　C. 2,02 (s)　　D. 2,002 (s)

**_Giải_**

Lúc đầu: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Lúc sau: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} = 2\sqrt{\dfrac{l_0(1 + \alpha.\Delta t)}{g}}$

Lập tỉ số: $\dfrac{T}{T_0} = \sqrt{1 + \alpha.\Delta t} \approx 1 + \dfrac{\alpha.\Delta t}{2}$

$$\Rightarrow T = T_0(1 + \frac{\alpha.\Delta t}{2})$$

$$= 2(1 + \frac{2.10^{-5}.10}{2}) = 2{,}0002\ (s)$$

Đáp án: [B].

**Ví dụ 2:** Hệ số dãn nở của dây treo con lắc *đơn* là $1{,}85.10^{-5}K^{-1}$. Khi nhiệt độ tăng thêm $15^0C$ thì chu kì đã tăng hay giảm bao nhiêu phần trăm ở cùng vị trí?

A. tăng 0,1%
B. giảm 0,1%
C. tăng 0,014%
D. giảm 0,014%.

### *Giải*

Lúc đầu: $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_0}{g}}$

Lúc sau: $T = T_0 + \Delta T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_0(1 + \alpha.\Delta t)}{g}}$

Lập tỉ số: $\dfrac{T_0 + \Delta T}{T_0} = \sqrt{1 + \alpha.\Delta t}$

$$1 + \frac{\Delta T}{T_0} = 1 + \frac{1}{2}\alpha\Delta T$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{2}\alpha\Delta T = \frac{1}{2}.1{,}85.10^{-5}.15$$

$$= 13{,}875.10^{-5} \approx 0{,}014\%.$$

Chu kì tăng 0,014%.

Đáp án: [C].

## DẠNG 4: CHU KÌ THAY ĐỔI THEO ĐỘ CAO

+ Gia tốc trọng trường phụ thuộc theo độ cao h

$g = G.\dfrac{M}{(R + h)^2}$ với

G : hằng số hấp dẫn
M : khối lượng trái đất
R : bán kính trái đất
h : độ cao so với mặt đất

+ Nếu tại mặt đất thì: $g_0 = G.\frac{M}{R^2}$

+ Chu kì con lắc tại độ cao h và tại mặt đất:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}};\ T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}$$

+ Tỉ số: $\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g}} = 1 + \frac{h}{R}$

**Ví dụ 1:** Biết bán kính trái đất là R = 6400 km và con lắc có dây treo không đổi. Hỏi phải đưa con lắc lên tới độ cao nào để chu kì của nó tăng thêm 0,005% so với chu kì của con lắc ấy tại mặt đất?

A. 32 km  B. 6,4 km  C. 0,64 km  D. 0,32 km

### *Giải*

Tại mặt đất: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}$ với $g_0 = G\frac{M}{R^2}$

Tại độ cao h: $T + \Delta T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ với $g = G\frac{M}{(R+h)^2}$

Lập tỉ số: $\frac{T + \Delta T}{T} = \sqrt{\frac{g_0}{g}} = 1 + \frac{h}{R}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{h}{R}$$

$$\Rightarrow h = R.\frac{\Delta T}{T} = 6400\ \text{km} \times 0,005\% = 0,32\ \text{km}$$

Đáp án: [D]

**Ví dụ 2:** Một con lắc đơn có chu kì dao động không đổi khi đưa từ mặt đất lên độ cao h = 640 m. Biết hệ số dãn nở của dây treo con lắc là $\alpha = 1,5.10^{-5}K^{-1}$ và bán kính trái đất là R = 6400 km.

Nhiệt độ đã tăng lên hay giảm bao nhiêu?

A. giảm 13,3°  B. tăng 13,3°

C. giảm 6,6°  D. tăng 6,6°

### *Giải*

Chu kì không đổi nên

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{l(1 + \alpha\Delta t)}{g_h}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+\alpha\Delta t} = \sqrt{\frac{g_h}{g_đ}} = \sqrt{\frac{G.\frac{M}{(R+h)^2}}{G.\frac{M}{R^2}}} = \frac{R}{R+h}$$

$$1 + \frac{\alpha}{2}\Delta t = \frac{R}{R+h}$$

$$\frac{\alpha}{2}.\Delta t = -\frac{h}{R+h}$$

$$\Delta t = -\frac{2h}{\alpha(R+h)} \approx 13,3^0C \text{ : giảm } 13,3^0C.$$

Đáp án: [A]

## DẠNG 5: ĐƯA CON LẮC LÊN MẶT TRĂNG

Tại mặt đất: $T_đ = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_đ}}$

Tại mặt trăng: $T_t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_t}}$

Tỉ số: $\frac{T_t}{T_đ} = \sqrt{\frac{g_đ}{g_t}} = \sqrt{\frac{M_đ}{M_t}}.\frac{R_t}{R_đ}$

**Ví dụ:** Mặt trăng có khối lượng bằng $\frac{1}{81}$ khối lượng trái đất và có bán kính bằng $\frac{1}{3,7}$ bán kính trái đất. Chu kì dao động của con lắc tăng hay giảm bao nhiêu lần khi đưa từ trái đất lên mặt trăng, biết chiều dài con lắc không đổi?

A. giảm 2,43 lần | B. tăng 2,43 lần
C. giảm 21,9 lần | D. tăng 21,9 lần.

### *Giải*

Tại mặt đất. $T_đ = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_đ}}$ với $g_đ = G\frac{M_đ}{R_đ^2}$

Tại mặt trăng: $T_t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_t}}$ với $g_t = G\frac{M_t}{R_t^2}$

Lập tỉ số: $\frac{T_t}{T_đ} = \sqrt{\frac{g_đ}{g_t}} = \sqrt{\frac{M_đ}{M_t}}.\frac{R_t}{R_đ} = \sqrt{81}.\frac{1}{3,7} \approx 2,43$

Chu kì tăng 2,43 lần

Đáp án: [B]

## DẠNG 6: TÍNH ĐỘ NHANH – CHẬM CỦA ĐỒNG HỒ QUẢ LẮC

- Tìm chu kì dao động lúc chạy sai ($T_{sai}$)
- Số dao động của quả lắc lúc chạy sai: $N = \frac{\Delta t}{T_{sai}}$
- Độ sai của đồng hồ trong 1 dao động: $\Delta T = |T_{sai} - T_{đúng}|$
- Độ sai trong thời gian $\Delta t$:

$$\tau = N.\Delta T$$

**Ví dụ:** Một đồng hồ quả lắc chạy đúng ở 15°C với chu kì 2s. Coi quả lắc như con lắc đơn có hệ số dãn nở $1,2.10^{-5}K^{-1}$. Hỏi ở 25°C đồng hồ này đã nhanh hay chậm mỗi ngày bao nhiêu giây?

A. chậm 52 s
B. nhanh 52 s
C. chậm 5,2 s
D. nhanh 5,2 s.

### *Giải*

$$T_{đúng} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}};\ T_{sai} = 2\pi\sqrt{\frac{l(1+\alpha\Delta t)}{g}}$$

- Tỉ số: $\frac{T_{sai}}{T_{đúng}} = \sqrt{1+\alpha\Delta t} \approx 1 + \frac{1}{2}\alpha\Delta t = 1,00006$

$\rightarrow T_{sai} = 2 \times 1,00006 = 2,00012$ (s)

- Số dao động ở 25°C trong 1 ngày (96400 s)

$$N = \frac{\Delta t}{T_{sai}} = \frac{86400}{2,00012} = 43197 \text{ (dao động)}$$

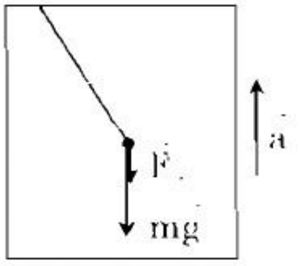
- Mỗi dao động ở 25°C đồng hồ không chậm (vì $T_{sai} > T_{đúng}$)

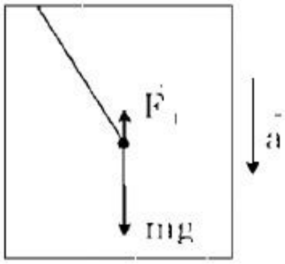
$$\Delta T = T_{sai} - T_{đúng} = 1,2.10^{-4} \text{ (s)}$$

- Mỗi ngày ở 25° đồng hồ chậm:

$$\Delta t = N.\Delta T = 43197 \cdot 1,2.10^{-4} \approx 5,2 \text{ (s)}$$

## DẠNG 7: CHU KÌ DAO ĐỘNG CON LẮC TRONG THANG MÁY





+ Con lắc treo trong thang máy đang chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ chịu thêm lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$

+ Trọng lượng biểu kiến của con lắc trong thang máy:

$$P' = P + F_{qt} = m(g + a)$$

(xem trang 101 – Vật lí nâng cao – lớp 10)

+ Con lắc được coi như dao động nơi có gia tốc trọng trường g' mà:

$$P' = m(g + a) = mg'$$

$$\rightarrow g' = g + a$$

+ Chu kì dao động con lắc:

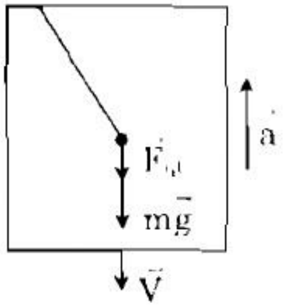
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a}}$$

**Ví dụ:** Con lắc đơn dao động với chu kì T = 2s khi treo trong thang máy đứng yên. Nếu thang máy đi xuống chậm dần đều với gia tốc $\frac{g}{10}$ thì chu kì dao động của con lắc là:

A. 2,108 s B. 1,907 s C. 2,052 s D. 1,915 s

## *Giải*

Chú ý rằng thang máy đi xuống chậm dần đều thì $\vec{a}$ hướng lên:



$$P' = m(g + a) = \frac{11}{10}mg$$

$$g' = \frac{P'}{m} = \frac{11}{10}g$$

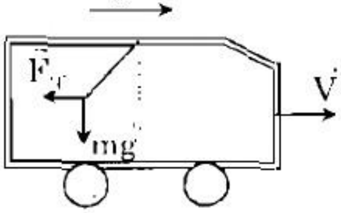
Chu kì: $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\frac{11}{10}g}}$

mà: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} = 2\ (s)$

nên: $\dfrac{T'}{T} = \sqrt{\dfrac{10}{11}} \rightarrow T' = 2.\sqrt{\dfrac{10}{11}} \approx 1{,}907\ (s)$

Đáp án: [B].

## DẠNG 8: CHU KÌ DAO ĐỘNG CỦA CON LẮC TRONG Ô TÔ CHUYỂN ĐỘNG NẰM NGANG



+ Con lắc chịu thêm lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$ có phương nằm ngang

+ Trọng lượng biểu kiến của con lắc trong ô tô:

$$P' = \sqrt{(mg)^2 + F_{qt}^2} = m\sqrt{g^2 + a^2} = mg'$$

+ $g' = \sqrt{g^2 + a^2}$

+ Chu kì: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$

**Ví dụ:** Một con lắc đơn có chiều dài 50 cm treo trong ô tô đang chuyển động ngang với gia tốc 5 m/s$^2$. Biết g = 10 m/s$^2$. Chu kì dao động bé của con lắc trong ô tô là:

A. 0,397 s B. 1,509 s C. 1,328 s D. 1,404 s.

### *Giải*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,5}{\sqrt{10^2 + 5^2}}} \approx 1,328 \text{ (s)}$$

Đáp án: [C]

## DẠNG 9: CON LẮC MANG ĐIỆN TÍCH DAO ĐỘNG TRONG ĐIỆN TRƯỜNG ĐỀU

*a) Lực điện trường.* $\vec{f} = q\vec{E}$

- Cùng phương - cùng chiều với $\vec{E}$ nếu q > 0
- Cùng phương - trái chiều với $\vec{E}$ nếu q < 0
- Độ lớn: $f = |q|E$

*b) Chu kì con lắc:*

- Cùng với lực điện trường $\vec{f} = q.\vec{E}$ con lắc có trọng lực $\vec{P'} = \vec{P} + \vec{f}$
- Dựa vào hình vẽ tính độ lớn của trọng lượng P'
- Xem như con lắc dao động nơi có gia tốc

$$g' = \frac{P'}{m}$$

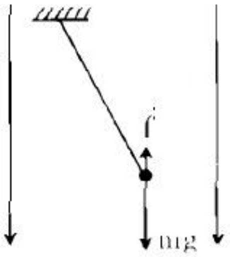
- Chu kì con lắc mang điện tích trong điện trường

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

**Ví dụ:** Một con lắc đơn có vật nặng khối lượng m = 10 g dao động bé với chu kì T = 2 s ở nơi có g = 10 m/s$^2$. Sau đó vật nặng mang điện tích $q = -10^{-8}$C và đặt vào điện trường đều $\vec{E}$ hướng thẳng đứng xuống dưới với $E = 10^4$ V/m. Chu kì dao động bé của con lắc trong điện trường đều là:

A. 1,999 s B. 1,950 s C. 2,100 s D. 2,001 s.

### *Giải*



- Lực điện trường $\vec{f} = q.\vec{E}$ có
  + Phương thẳng đứng hướng lên
  + Độ lớn: $|f| = |q|E$
- Trọng lượng con lắc:

$$P' = mg - |q|E = m.g'$$

$$\Rightarrow g' = g\left(1 - \frac{|q|E}{mg}\right)$$

- Chu kì dao động con lắc trong điện trường:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

- Lúc con lắc chưa mang điện tích nó dao động với chu kì.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

- Lập tỉ số: $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{|q|E}{mg}}}$

với $\frac{|q|E}{mg} = \frac{10^{\text{[illegible]}}.10^4}{10^{\text{[illegible]}}.10} = 10^{-3}$ nên

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{1}{1 - 10^{-3}}} \approx 1,0005 \rightarrow T' = 2,001\ (s)$$

Đáp án: $\boxed{D}$

## DẠNG 10: CHU KÌ CON LẮC VẬT LÍ

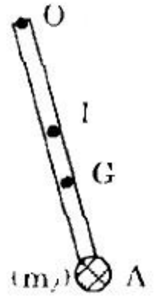
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mg.d}}$$

- I là momen quán tính của con lắc đối với trục quay
- d là khoảng cách từ trục quay tới khối tâm G
- M là khối lượng con lắc.

**Ví dụ:** Một thanh OA tiết diện đều và đồng chất dài 1 m, khối lượng $m_1 = 600$ g có gắn vật nhỏ khối lượng $m_2 = 1$ kg ở đầu A của thanh. Thanh có thể quay xung quanh qua O. Momen quán tính của thanh (chưa gắn vật nặng) đối với trục O là $I = 0,2$ kg.m². Lấy $g = 10$ m/s². Chu kì dao động bé của thanh đối với trục O là.

A. 1,505 s B. 0,962 s C. 1,908 s D. 2,012 s

### *Giải*



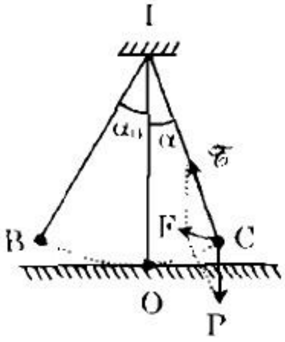
- $I_2 = m_2 l^2 = 1\ (kg.m^2)$

  $\Rightarrow I = I_1 + I_2 = 1,2\ (kg.m^2)$
- $M = m_1 + m_2 = 1,6\ (kg)$
- $d = OG = \dfrac{m_1.OI + m_2.OA}{m_1 + m_2} = \dfrac{1,3}{1,6}\ (m)$
- $g = 10\ m/s^2$

Chu kì: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{Mg.d}} = 1,908\ (s)$

## DẠNG 11: VẬN TỐC – SỨC CĂNG DÂY CỦA CON LẮC ĐƠN

### *1. Vận tốc*



có $E_B = E_C$

$$mgh_B = mgh_C + \frac{1}{2}mV_C^2$$

$$\Rightarrow V_C^2 = 2g(h_B - h_C)$$

với $\begin{cases} h_B = l(1 - \cos\alpha_0) \\ h_C = l(1 - \cos\alpha) \end{cases}$

$$\boxed{V_C^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$$

Với dao động bé: $\cos\alpha_0 \approx 1 - \dfrac{\alpha_0^2}{2}$; $\cos\alpha \approx 1 - \dfrac{\alpha^2}{2}$

$$\boxed{V_C = \sqrt{gl(\alpha^2 - \alpha_0^2)}}$$

Cũng có thể áp dụng: $S_0^2 = S^2 + \left(\dfrac{V_C}{\omega}\right)^2$

### *2. Sức căng dây*

- Có $\vec{P} + \vec{\mathcal{T}} = m\vec{a}$
- Chiếu xuống giá của $\mathcal{T}$: $-mg\cos\alpha + \mathcal{T} = ma_{ht}$

  với $a_{ht} = \dfrac{V_C^2}{l} = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$
- Suy ra: $\boxed{\mathcal{T} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)}$

**Ví dụ:** Một con lắc có chiều dài 1 m, khối lượng vật nặng 50 g dao động ở nơi $g = 9,81\ m/s^2$. Bỏ qua mọi ma sát của lực cản của môi trường. Biên độ góc của dao động là $\alpha_0 = 0,15$ rad. Vận tốc và sức căng dây của con lắc ở li độ góc $\alpha = 0,1$ rad là:

A. V ≈ 0,35 m/s; T ≈ 1,25 N B. V ≈ 0,47 m/s; T ≈ 0,49 N

C. V ≈ 0,35 m/s; T ≈ 0,49 N D. V ≈ 0,47 m/s; T ≈ 1,25 N

***Giải***

Với các góc bé nên lấy $\cos\alpha \approx 1 - \dfrac{\alpha^2}{2}$

Vậy: $V = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$

$\approx \sqrt{gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)}$

$= \sqrt{9,81.1(0,15^2 - 0,1^2)} \approx 0,35$ (m/s)

Và: $T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

$\approx mg(1 + \alpha_0^2 - \dfrac{3\alpha^2}{2})$

$= 0,05\,9,81(1 + 0,15^2 - \dfrac{3}{2}0,1^2) \approx 0,49$ (N)

**Đáp án:** [C]

## DẠNG 12: CON LẮC TRÙNG PHÙNG

- Hai con lắc đơn có chu kì hơi khác nhau, khi dao động có lúc chúng cùng qua đường thẳng đứng theo cùng một chiều. Lúc đó, ta nói có hiện tượng trùng phùng giữa hai con lắc.
- Giữa hai lần trùng phùng liên tiếp, con lắc chạy nhanh (chu kì bé) sẽ nhiều hơn một dao động toàn phần
- Gọi N là số dao động toàn phần của con lắc chạy chậm (chu kì $T_1$), thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp:

$$T = N.T_1 = (N + 1)T_2 \text{ với } T_1 > T_2$$

**Ví dụ:** Hai con lắc có chu kì lần lượt $T_1 = 2$ s và $T_2 = 2,002$ s dao động bé trong hai mặt phẳng thẳng đứng song song. Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp chúng cùng lúc đi qua vị trí cân bằng theo cùng chiều như trước (trùng phùng) là:

A. 33 phút 22 s B. 33 phút 20 s

C. 18 phút 16 s D. 18 phút 12 s.

***Giải***

$T = N.T_2 = (N + 1)T_1$ (vì $T_2 > T_1$)

$N.2,002 = (N + 1).2 \rightarrow N = 1000$

**Vậy** $T = 1000.2,002 = 2002$ (s) = 33 phút 22 s.

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**6.1.** Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. Con lắc lò xo là một hệ dao động.

B. Con lắc đơn là một hệ dao động

C. Con lắc đơn cùng với trái đất là một hệ dao động

D. Con lắc vật lí cùng với trái đất là một hệ dao động.

**6.2.** Biểu thức lực kéo về (lực hồi phục) trong con lắc đơn khi dao động điều hòa là:

A. $F = -mg$ B. $F = -\frac{mg}{l}$

C. $F = -mgS$ D. $F = -mg\frac{S}{l}$

**6.3.** Pha ban đầu của dao động điều hòa của con lắc đơn phụ thuộc vào:

A. Chiều dài $l$

B. Gia tốc rơi tự do g.

C. Chiều dài $l$ và gia tốc rơi tự do g.

D. Vị trí và vận tốc ban đầu của con lắc.

**6.4.** Tần số dao động bé của con lắc đơn tại một vị trí cố định đối với trái đất

A. tỉ lệ với chiều dài $l$

B. tỉ lệ nghịch với chiều dài $l$

C. tỉ lệ với $\sqrt{l}$

D. tỉ lệ nghịch với $\sqrt{l}$

**6.5.** Một con lắc đơn dao động bé với biên độ 4 cm, thời gian mỗi dao động toàn phần là 0,1s. Lấy gốc tọa độ là vị trí cân bằng O của vật. Khoảng thời gian bé nhất để nó dao động từ li độ $S_1 = 2$ cm đến li độ $S_2 = 4$ cm là:

A. $\frac{1}{120}$ s B. $\frac{1}{100}$ s C. $\frac{1}{60}$ s D. $\frac{1}{80}$ s.

**6.6.** Một con lắc đơn được đưa từ mặt đất lên độ cao h = 3,2 km. Biết bán kính trái đất là R = 6400 km và chiều dài dây treo không đổi. Chu kì dao động bé của con lắc đã

A. tăng lên 0,05% B. giảm đi 0,05%

C. tăng lên 0,0005% D. giảm đi 0,0005%.

**6.7.** Một con lắc đơn đếm giây (tức chu kì 2s) ở $0^0$C. Hệ số nở dài của dây treo con lắc là $1,2.10^{-5}K^{-1}$. Tại cùng vị trí nói trên thì chu kì con lắc ấy ở $25^0$C là:

A. 2,0003 s B. 2,03 s C. 1,9997 s D. 1,97 s

**6.8.** Có hai con lắc đơn mà tổng chiều dài là 100 cm. Trong cùng khoảng thời gian con lắc này thực hiện được 6 dao động toàn phần thì con lắc kia thực hiện được 8 dao động toàn phần. Lấy $g = 10$ m/s$^2$ và $\pi^2 = 10$. Chu kì của một trong hai con lắc là:

A. 1,5 s      B. 1,6 s      C. 1,8 s      D. 2,0 s.

**6.9.** Con lắc đơn có chiều dài $l = 20$ cm đang đứng yên tại vị trí cân bằng thẳng đứng được kéo lệch góc 9° rồi thả nhẹ cho dao động điều hòa. Chọn chiều dương là chiều chuyển động ngay sau khi thả và gốc thời gian là lúc thả. Lấy $\pi = 3,14$.

Với phương trình dao động là một hàm cos thì biên độ và pha ban đầu của dao động là:

A. $S_0 = 3,14$ cm; $\varphi = 0$      B. $S_0 = 3,14$ cm; $\varphi = \pi$

C. $S_0 = 0,157$ cm; $\varphi = 0$      D. $S_0 = 0,157$ cm; $\varphi = \pi$

**6.10.** Một con lắc đơn có chu kì $T = 2$ s. Con lắc đang ở vị trí cân bằng thẳng đứng, dùng búa gõ nhẹ vào vật nặng làm cho nó có vận tốc 4,71 cm/s theo phương nằm ngang. Sau đó con lắc dao động điều hòa. Lấy gốc tọa độ là vị trí cân bằng O của vật, chiều dương là chiều chuyển động của vật sau khi gõ búa, gốc thời gian là lúc vật nặng lên cao nhất lần đầu tiên.

Phương trình chuyển động của con lắc là:

A. $S = 1,5\cos(\pi t)$ cm      B. $S = 1,5\cos(\pi t + \pi)$ cm

C. $S = 4,71\cos(\pi t)$ cm      D. $S = 4,71\cos(\pi t + \pi)$ cm.

**6.11.** Ta đưa con lắc đơn (có dây treo không bị thay đổi bởi nhiệt độ) từ mặt đất lên độ cao 3,2 km. Biết bán kính trái đất là 6400 km.

Để chu kì dao động của con lắc không đổi, ta phải tăng hay giảm chiều dài của con lắc một lượng là bao nhiêu so với chiều dài cũ?

A. tăng 0,001%      B. giảm 0,001%

C. tăng 0,1%      D. giảm 0,1%

**6.12.** Ở tại cùng một vị trí, con lắc đơn chiều dài $l_1$ dao động với chu kì $T_1 = 1,2$ s, con lắc đơn khác có chiều dài $l_2$ dao động với chu kì $T_2 = 0,9$ s. Vậy chu kì dao động của con lắc đơn có chiều dài $l = l_1 + l_2$ là:

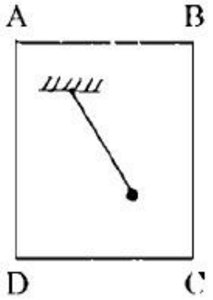
A. 0,3 s      B. 1 s      C. 1,5 s      D. 2,1 s

**6.13.** Cùng một số dao động như nhau, tại A con lắc thực hiện trong thời gian 3 phút 20 giây nhưng tại B cùng con lắc đó thực hiện trong thời gian 3 phút 19 giây (chiều dài con lắc không đổi). Như vậy so với gia tốc rơi tự do tại A thì gia tốc rơi tự do tại B đã:

A. tăng thêm 1%      B. giảm đi 1%

C. tăng thêm 0,01%      D. giảm đi 0,01%

**6.14.** Treo con lắc đơn vào tấm gỗ ABCD thẳng đứng như hình vẽ, chu kì dao động bé của con lắc là $T_0 = \sqrt{3}$ s, kéo tấm gỗ chuyển động theo phương thẳng đứng lên trên với gia tốc $a = \frac{g}{2}$ (g là gia tốc rơi tự do coi như không đổi) thì chu kì dao động của con lắc là:



A. $\sqrt{6}$ s B. $\sqrt{3}$ s C. $\sqrt{2}$ s D. $\sqrt{1,5}$ s.

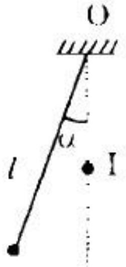
**6.15.** Hai con lắc đơn A và B cùng dao động trong hai mặt phẳng song song. Trong thời gian dao động có lúc hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng thẳng đứng và đi theo cùng chiều (gọi là trùng phùng). Thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp là T = 13 phút 22 s. Biết chu kì dao động con lắc A là $T_A = 2$ s và con lắc B dao động chậm hơn A một chút. Chu kì dao động con lắc B là:

A. 2,002 s B. 2,005 s C. 2,006 s D. 2,008 s

**6.16.** Một con lắc đơn dao động bé với biên độ góc $\alpha_0$. Biết tỉ số giữa sức căng dây cực đại và cực tiểu là $\frac{202}{199}$. Độ lớn góc $\alpha_0$ bằng:

A. 0,10 rad B. 0,12 rad C. 0,15 rad D. 0,17 rad.

**6.17.** Một con lắc đơn gồm vật nặng và dây mềm không co giãn có chiều dài $l = 1$ m được treo ở O. Trên đường thẳng đứng qua O và phía dưới O 0,5 m có chiếc đinh I sao cho dây treo sẽ vấp vào đinh khi dao động. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng góc $\alpha_0$ bé rồi thả cho dao động. Lấy $g = \pi^2$ (m/s$^2$). Chu kì dao động của con lắc là:

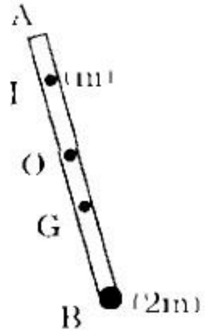


A. 1,707 s B. 0,854 s C. 2 s D. 3,114 s.

**6.18.** Một thanh đồng chất tiết diện đều, dài $l = 1$ m có thể quay dễ dàng trong mặt phẳng thẳng đứng xung quanh một trục nằm ngang qua đầu thanh. Tách thanh ra khỏi vị trí cân bằng thẳng đứng một góc nhỏ rồi thả nhẹ. Biết mômen quán tính của thanh đối với trục quay là $I = \frac{1}{3}ml^2$ với m là khối lượng của thanh. Lấy $g = 10$ m/s$^2$. Chu kì dao động của thanh là:

A. 1,15 s B. 1,62 s C. 12,13 s D. 5,13 s

**6.19.** Một thanh AB nhẹ dài $l = 1$ m có thể quay trong mặt phẳng thẳng đứng xung quanh trung điểm O của thanh. Tại trung điểm I của OA có gắn viên bi nhỏ khối lượng m và tại đầu B gắn viên bi nhỏ khác khối lượng 2m. Lấy $g = 10$ m/s². Tách thanh ra khỏi vị trí cân bằng góc nhỏ rồi thả nhẹ. Chu kì dao động của thanh là.



A. 1.22 (s) B. 1,57 (s) C. 1,13 (s) D. 1.72 (s)

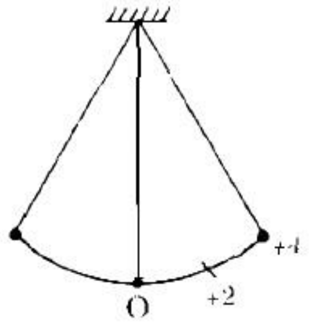
## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**6.1.** Đáp án: [B]

*Con lắc đơn cùng với trái đất tác dụng lực kéo về lên vật nặng tạo thành hệ dao động, còn chỉ mình con lắc đơn không phải là hệ dao động.*

**6.2.** Đáp án: [D]

**6.3.** Đáp án: [D]



**6.4.** Đáp án: [D]

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$ : tỉ lệ nghịch với $\sqrt{l}$

**6.5.** Đáp án: [C]

$$\Delta t = \frac{T}{6} = \frac{0,1}{6} = \frac{1}{60}\ (s)$$

**6.6.** Đáp án: [A]

Tại mặt đất: $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}$

Tại độ cao h: $T + \Delta T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}}$

$$\rightarrow \frac{T + \Delta T}{T} \approx \sqrt{\frac{g}{g_h}} = \sqrt{\frac{G.\frac{M}{R^2}}{G.\frac{M}{(R+h)^2}}} = 1 + \frac{h}{R}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{h}{R} \approx \frac{3,2}{6400} = 0,0005 = 0,05\%$$

Chu kì tăng 0,05% → Đáp án [A].

**6.7.** Đáp án [A].

Ở 0°C: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$

Ở 25°C: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+\alpha.\Delta t)}{g}}$

$$\Rightarrow \frac{T}{T_0} = \sqrt{1+\alpha\Delta t} \approx 1 + \frac{\alpha\Delta T}{2} = 1 + 0.00015$$

$$\Rightarrow T = 2{,}0003\ (s)$$

**6.8.** Đáp án [B].

Có: $6T_1 = 8T_2 \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{3}$

Hay: $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow l_1 = \frac{16}{9}l_2$

Và: $l_1 + l_2 = 100\ (cm)$

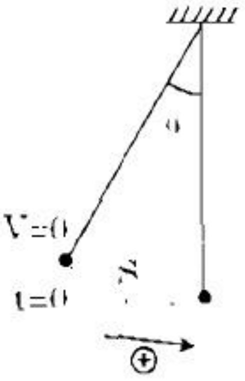
$\Rightarrow l_2 = 36$ cm và $l_1 = 64$ cm

$\Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 1{,}6\ (s)$ và $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 1{,}2\ (s)$

Vậy đáp án [B]

**6.9.** Đáp án [B]

- $S_0 = l\alpha_0 = 20\frac{9\pi}{180} = 3{,}14\ (cm)$
- $t = 0$, $S = -S_0$ nên $\varphi = \pi$



**6.10.** Đáp án. [A]

- $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi\ (rad/s)$
- $S_0 = \frac{V_0}{\omega} = 1{,}5\ (cm)$
- $t = 0$, $S = S_0 \Rightarrow \varphi = 0$

Vậy: $S = 1{,}5\cos(\pi t)\ (cm)$

**6.11.** Đáp án: [D]

Có: $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l+\Delta l}{g'}}$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{l+\Delta l}{l}} = \frac{g'}{g} = \frac{G\frac{M}{(R+h)^2}}{M} = \left(1+\frac{h}{R}\right)$$

$$1 + \frac{\Delta l}{l} \approx 1 - \frac{2h}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l} = -\frac{2h}{R} = -0{,}001 = -0{,}1\%$$

Chiều dài giảm 0,1% → Đáp án [D]

**6.12.** Đáp án [C].

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g'}}$$

với $\begin{cases} \dfrac{l_1}{g} = \dfrac{T_1^2}{4\pi^2} \\ \dfrac{l_2}{g} = \dfrac{T_2^2}{4\pi^2} \end{cases}$ nên: $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 1{,}5$ (s)

**6.13.** Đáp án: [A]

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{200}{N}$$

$$T_B = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \Delta g}} = \frac{199}{N} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{g + \Delta g}{g}} = \frac{200}{199} = 1 + \frac{1}{199}$$

$$\frac{g + \Delta g}{g} = \left(1 + \frac{1}{199}\right)^2$$

$$1 + \frac{\Delta g}{g} \approx 1 + \frac{2}{199}$$

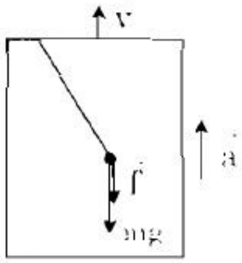
$$\frac{\Delta g}{g} \approx \frac{2}{199}$$

$\dfrac{\Delta g}{g} \approx 0{,}01 = 1\%$: tăng 1%

**6.14.** Đáp án: [C]

Lúc tấm gỗ đứng yên thì chu kì dao động con lắc là:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \sqrt{3}\ (s)$$



Trọng lượng con lắc lúc tấm gỗ kéo lên:

$$P' = mg + f = m(g + a) = mg'$$

$$g' = g + a = 1{,}5g$$

Chu kì con lắc: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{1{,}5g}} = \dfrac{T_0}{\sqrt{1{,}5}} = \sqrt{2}$ (s)

**6.15.** Đáp án: [B]

T = 13 phút 22 s = 802 (s)

$$N_A = \frac{\mathcal{T}}{T_A} = 401 \text{ (dao động)}$$

Vì B dao động chậm hơn A nên: $N_B = N_A - 1 = 400$ (dao động)

$$T_B = \frac{\mathcal{T}}{N_B} = \frac{802}{400} = 2{,}005 \text{ (s)}$$

**6.16.** Đáp án: [A]

$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

Với các góc bé nên: $\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$ và $\cos\alpha_0 \approx 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$

Ta được: $T = mg(1 + \alpha_0^2 - \frac{3\alpha^2}{2})$

T: max ứng với $\alpha = 0$ nên: $T_{max} = mg(1 + \alpha_0^2)$

T: min ứng với $\alpha = \alpha_0$ nên $T_{min} = mg(1 - \frac{\alpha_0^2}{2})$

**Tỉ số:** $\frac{\mathcal{T}_{max}}{\mathcal{T}_{min}} = \frac{1 + \alpha_0^2}{1 - \frac{\alpha_0^2}{2}} = \frac{202}{199} \Rightarrow \alpha_0 = 0{,}1$ rad.

**6.17.** Đáp án: [A]

Dao động con lắc gồm hai nửa dao động khác nhau:

+ Khi dây treo không vấp đinh thì chu kì là:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \text{ (s)}$$

Trong mỗi dao động thời gian con lắc không bị vấp đinh là $\frac{T_1}{2} \approx 1$ (s)

+ Khi dây treo bị vấp đinh, chu kì con lắc là

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l/2}{g}} = \sqrt{2} \text{ (s)}$$

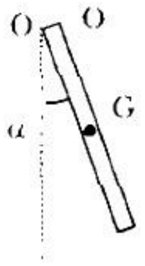
Trong mỗi dao động thời gian con lắc bị vấp đinh là

$$\frac{T_2}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (s)}$$

Vậy chu kì dao động con lắc là:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \approx 1{,}707 \text{ (s)}$$

**6.18.** Đáp án: [B]

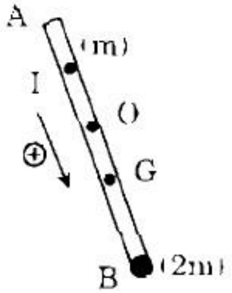


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg.d}}$$

Với $d = \frac{l}{2}$ nên:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\cdot\frac{l}{g}} \approx 1,62\ (s)$$

**6.19.** Đáp án: [D]



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mg.d}}$$

$$\text{với}\quad \begin{cases} I = m\left(\frac{l}{4}\right)^2 + 2m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}ml^2 = \frac{9}{16}m \\ M = 3m \\ d = \overline{OG} = \frac{m.OI + 2m.\overline{OB}}{m + 2m} = \frac{m\left(\frac{l}{4}\right) + 2m\left(\frac{l}{2}\right)}{3m} = \frac{1}{4}\ (m) \end{cases}$$

Vậy: T = 1,72 (s)

# 7. NĂNG LƯỢNG TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

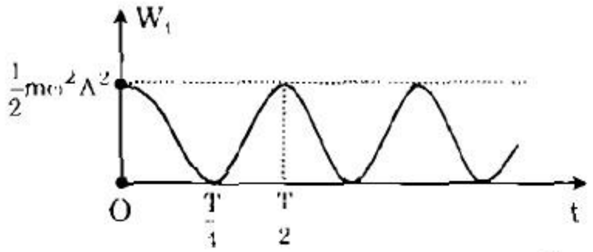
## TÓM TẮT LÍ THUYẾT

**1. Thế năng:**

+ Biểu thức:

$$W_t = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}m.\omega^2.A^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

+ Đồ thị của thế năng: với $\varphi = 0$



+ Thế năng biến đổi tuần hoàn với chu kì $\frac{T}{2}$

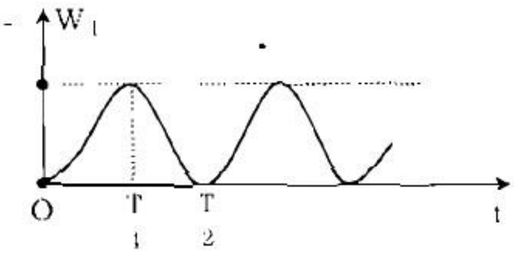
(T là chu kì dao động)

**2. Động năng**

+ Biểu thức

$$W_đ = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

+ Đồ thị của động năng: với $\varphi = 0$



+ Động năng biến đổi tuần hoàn với chu kì $\frac{T}{2}$

**3. Cơ năng**

$$W = W_t + W_đ = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Cơ năng của vật trong dao động điều hòa được bảo toàn

## BÀI TẬP CƠ BẢN

### DẠNG 1: CƠ NĂNG CỦA CON LẮC LÒ XO

+ Thế năng: $W_t = \frac{1}{2}K.x^2$

+ Động năng: $W_đ = \frac{1}{2}mV^2$

+ Cơ năng: $W = W_t + W_đ = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}KA^2$: không đổi

**Ví dụ 1:** Con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng k = 10N/m và vật nặng. Động năng lúc vật qua vị trí cân bằng là 0,2J. Biên độ dao động là:

A. 5 cm B. 10 cm C. 2 cm D. 0,1 cm

***Giải***

Có $W_t + W_đ = \frac{1}{2}KA^2$

Ở vị trí cân bằng: $W_t = \frac{1}{2}Kx^2 = 0$

nên: $W_đ = \frac{1}{2}KA^2$

$$A = \sqrt{\frac{2W_đ}{K}} = 0{,}1\ (m) = 10\ (cm)$$

Đap án: [B]

**Ví dụ 2:** Con lắc lò xo gồm quả nặng gắn vào đầu lò xo. Quả nặng dao động điều hòa với biên độ 6 cm.

Động năng bằng 3 lần thế năng khi quả nặng cách vị trí cân bằng:

A. 2 cm B. 1,5 cm C. 3 cm D. 2,5 cm.

### *Giải*

Có: $W_đ + W_t = \frac{1}{2}KA^2$

Mà $W_đ = 3W_t$ nên: $4W_t = \frac{1}{2}KA^2$

hay $4.\frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}KA^2$

$$x^2 = \frac{A^2}{4}$$

$$|x| = \frac{A}{2} = 3\ (cm)$$

Đáp án: [C]

**Ví dụ 3:** Một vật nặng khối lượng m = 500 g dao động điều hòa với cơ năng $W = 10^{-2}$ J. Lúc t = 0 nó có vận tốc v = 0,1 m/s và gia tốc $a = -\sqrt{3}$ m/s$^2$. Phương trình dao động của vật là:

A. $x = 2\cos(10t - \frac{\pi}{6})$ (cm) B. $x = 2\cos(10t - \frac{5\pi}{6})$ (cm)

C. $x = 1.\cos(20t - \frac{\pi}{6})$ (cm) D. $x = 1.\cos(20t - \frac{5\pi}{6})$ (cm)

### *Giải*

$$\text{Lúc } t = 0 \begin{cases} W = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \\ V = -\omega A\sin\varphi \\ a = -\omega^2A\cos\varphi \end{cases} \text{thay số} \begin{cases} 10^{-2} = \frac{1}{2}.0,5(\omega A)^2 & (1) \\ 0,1 = -\omega A\sin\varphi & (2) \\ -\sqrt{3} = -\omega(\omega A)\cos\varphi & (3) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow \omega A = \sqrt{\frac{2.10^{-2}}{0,5}} = 0{,}2 \qquad (4)$$

Thay $\omega A = 0,2$ vào (2) và (3)

$$\begin{cases} -0,1 = 0,2\sin\varphi & (5) \\ \sqrt{3} = \omega 0,2\cos\varphi & (6) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi = -\frac{1}{2} \\ \cos\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}$$

$$(6) \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{3}}{0,2\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)} = 10 \text{ (rad/s)}$$

$$(4) \Rightarrow A = \frac{0,2}{10} = 0,02 \text{ (m)} = 2 \text{ (cm)}$$

Vậy: $x = 2\cos(10t - \frac{\pi}{6})$ (cm)

Đáp án: [A]

## DẠNG 2: CƠ NĂNG CỦA CON LẮC ĐƠN

+ Thế năng: $W_t = mgh$

+ Động năng: $W_đ = \frac{1}{2}mV^2$

+ Cơ năng: $W = W_t + W_đ$

**Ví dụ 1:** Con lắc đơn có chiều dài $l$, khối lượng của vật nặng là m, dao động điều hòa ở nơi gia tốc trọng lực là g. Chọn móc thế năng tại vị trí cân bằng của vật nặng thì thế năng của con lắc lúc qua li độ góc $\alpha$ là

A. $2mgl\alpha$ B. $\frac{1}{2}m\sqrt{\frac{g}{l}}.\alpha$ C. $\frac{1}{2}mgl\alpha^2$ D. $m.\frac{g}{l}.\alpha^2$

### *Giải*

Thế năng của con lắc ở M là:

$$W_t = mgh \text{ với } h = l(1 - \cos\alpha)$$

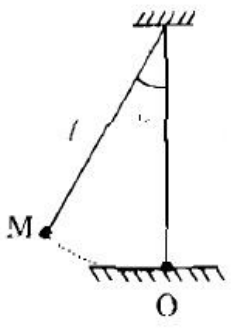
Vì con lắc dao động điều hòa nên $\alpha$ là góc bé, vậy:

$$\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \text{ (}\alpha\text{ tính bằng rad)}$$

do đó $h = l.\frac{\alpha^2}{2}$

Vậy: $W_t = \frac{1}{2}mgl\alpha^2$

Đáp án [C]



**Ví dụ 2:** Con lắc đơn có khối lượng vật nặng là m dao động điều hòa với tần số góc $\omega$, biên độ $S_0$ thì cơ năng của nó là

A. $m\omega S_0$ B. $m\omega^2 S_0^2$ C. $2m\omega^2 S_0^2$ D. $\frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2$

### *Giải*

- Thế năng: $W_t = \frac{1}{2}mgl\alpha^2$

$$= \frac{1}{2}mgl\,\alpha_0^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2}mgl\left(\frac{S_0}{l}\right)^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2}m\frac{g}{l}.S_0^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2\cos^2(\omega t + \varphi)$$

- Động năng: $W_đ = \frac{1}{2}mV^2$

$$= \frac{1}{2}m[-\omega S_0\sin(\omega t + \varphi)]^2$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2\sin^2(\omega t + \varphi)$$

- Cơ năng: $W = W_t + W_đ = \frac{1}{2}m\omega^2.S_0^2$

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**7.1.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa. Lúc vật qua vị trí cách vị trí cân bằng 4 cm thì động năng bằng 3 lần thế năng. Vận tốc cực đại của vật là $80\pi$ cm/s. Chu kì dao động của vật là:

A. 0,2 s B. 1 s C. 0,5 s D. 2 s.

**7.2.** Con lắc lò xo gồm vật nặng và lò xo có độ cứng K = 100 N/m. Kích thích cho vật dao động điều hòa. Lúc vật qua vị trí cân bằng O nó có động năng $8.10^{-2}$ J. Biên độ dao động là:

A. 4 cm B. $2\sqrt{2}$ cm C. 2 cm D. 1 cm.

**7.3.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với tần số f thì động năng, thế năng biến đổi tuần hoàn với tần số

A. f B. 2f C. $\frac{f}{2}$ D. 4f.

**7.4.** **Con lắc lò xo** dao động điều hòa với chu kì T thì thời gian giữa hai lần **liên tiếp động** năng bằng thế năng là:

A. T B. $\frac{T}{2}$ C. 2T D. $\frac{T}{4}$.

**7.5.** Con lắc lò xo dao động điều hòa. Cứ sau khoảng thời gian 0,5 s thì thế **năng bằng động** năng. Tần số dao động của vật là

A. 1 Hz B. 2 Hz C. 0,5 Hz D. 4 Hz.

**7.6.** **Chọn câu sai**

Cơ **năng của** con lắc lò xo dao động điều hòa

A. **bằng thế** năng ở li độ cực đại hoặc cực tiểu.

B. **bằng động** năng ở vị trí cân bằng.

C. **bằng tổng thế** năng và động năng.

D. **tỉ lệ với bình** phương biên độ.

**7.7.** **Vật nặng của** con lắc lò xo dao động điều hòa với biên độ A. Khi vật **qua li độ** $x = \frac{A}{2}$ thì động năng bằng

A. $\frac{3}{4}$ **cơ năng** B. $\frac{1}{2}$ cơ năng

C. $\frac{1}{4}$ **cơ năng** D. $\frac{3}{8}$ cơ năng.

**7.8.** **Một con lắc đơn** có chiều dài $l = 20$ cm, khối lượng vật nặng $m = 100$ g dao **động điều** hòa với biên độ góc $\alpha_0 = 0{,}1$ rad nơi $g = 10$ m/s$^2$. Lấy **mốc thế năng** tại vị trí cân bằng của vật nặng thì cơ năng dao động của **con lắc** là:

A. $2.10^{-3}$ J B. $10^{-2}$ J C. $5.10^{-4}$ J D. $10^{-3}$ J.

**7.9.** **Một con lắc đơn** dao động điều hòa với biên độ góc $\alpha_0$. Lấy mốc thế **năng tại vị trí** cân bằng thì thế năng bằng động năng khi con lắc qua li **độ góc $\alpha$ mà**:

A. $\alpha = \frac{\alpha_0}{2}$ B. $\alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$ C. $\alpha = \frac{\alpha_0}{4}$ D. $\alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$

**7.10.** **Một con** lắc dao động điều hòa với phương trình chuyển động **$x = A\cos\pi t$**. Động năng bằng thế năng lần đầu tiên kể từ $t = 0$ là lúc

A. 1 s B. 2 s C. $\frac{1}{4}$ s D. $\frac{1}{2}$ s.

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**7.1.** Đáp án: [A]

- Có: $W = W_d + W_t = \frac{1}{2}KA^2$

Với $W_d = 3W_t$ nên: $4W_t = \frac{1}{2}KA^2$

$$4\left(\frac{1}{2}Kx^2\right) = \frac{1}{2}KA^2$$

$$\rightarrow A = 2|x| = 8 \text{ (cm)}$$

- Có: $V_{max} = \omega A = \frac{2\pi}{T}.A$

$$T = \frac{2\pi}{V_{max}}.A = \frac{2\pi}{80\pi}.8 = 0{,}2 \text{ (s)}$$

**7.2.** Đáp án: [A]

Có $W = W_d + W_t = \frac{1}{2}KA^2$

Lúc vật qua O: $W_t = \frac{1}{2}Kx^2 = 0$ nên: $W_d = \frac{1}{2}KA^2$

$$\rightarrow A^2 = \frac{2W_d}{K} = 16.10^{-4}$$

$$A = 4.10^{-2} \text{ (m)} = 4 \text{ (cm)}$$

**7.3.** Đáp án: [B]

Nếu vật dao động điều hòa với chu kì T, tần số f thì động năng, thế năng biến đổi tuần hoàn với chu kì $\frac{T}{2}$ ứng với tần số 2f.

**7.4.** Đáp án: [D]

Có $W_d = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \varphi)$

$$W_t = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$W_t = W_d \Rightarrow \cos^2(\omega t + \varphi) = \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$\cos^2(\omega t + \varphi) - \sin^2(\omega t + \varphi) = 0$$

$$\cos(2\omega t + 2\varphi) = 0$$

$$2\omega t + 2\varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

Gọi $t_1$, $t_2$ là các thời điểm liên tiếp có $W_t = W_d$

Thì: $2\omega t_1 + 2\varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (1)

Và $2cost_2 + 2\varphi = \frac{\pi}{2} + (k + 1)\pi$ (2)

(2) - (1) $\Rightarrow 2\omega(t_2 - t_1) = \pi$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2.\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{4}$$

**7.5.** Đáp án: [C]

$$\Delta t = \frac{T}{4} \text{ (câu 7.4)}$$

$$T = 4.\Delta t = 2(s)$$

$$f = \frac{1}{T} = 0{,}5 \text{ (Hz)}$$

**7.6.** Đáp án: [C]

Câu C được phát biểu đúng là: Cơ năng của con lắc lò xo dao động điều hòa bằng tổng thế năng và động năng ở cùng một thời điểm.

**7.7.** Đáp án: [A]

$$x = \frac{A}{2} \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}K.\frac{A^2}{4} = \frac{1}{4}W \quad \Rightarrow W_đ = \frac{3}{4}W$$

**7.8.** Đáp án: [D]

Thế năng của con lắc ở li độ góc $\alpha$:

$$W_t = \frac{1}{2}mgl\alpha^2 \text{ (ví dụ - dạng 2)}$$

Với $\alpha = \alpha_0$ thì thế năng cực đại và đó là cơ năng.

Vậy: $W = \frac{1}{2}mgl.\alpha_0^2 = \frac{1}{2}.0{,}1.10.0{,}2.(0{,}1)^2 = 10^{-3}$ (J)

**7.9.** Đáp án: [B]

$$W_t = W_đ \rightarrow 2W_t = W$$

$$2\left(\frac{1}{2}mgl\alpha^2\right) = \frac{1}{2}mgl\,\alpha_0^2$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$$

**7.10.** Đáp án: [C]

$$\text{Có} \begin{cases} W_đ = W.\sin^2\pi t \\ W_t = W.\cos^2\pi t \end{cases}$$

$$W_đ = W_t \Rightarrow \sin^2\pi t = \cos^2\pi t$$

$$\Rightarrow \cos^2\pi t - \sin^2\pi t = 0$$

$$\Rightarrow \cos(2\pi t) = 0$$

$$2\pi t = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$t = \frac{1}{4} + \frac{k}{2}\ (s)$$

Lần đầu tiên kể từ $t = 0$ ứng với $k = 0$ nên $t = \frac{1}{4}$ (s).

## 8. DAO ĐỘNG TẮT DẦN – DAO ĐỘNG DUY TRÌ – DAO ĐỘNG CƯỠNG BỨC – CỘNG HƯỞNG

## TÓM TẮT LÍ THUYẾT

### 1. Dao động tắt dần

- Dao động tắt dần là dao động khi có ma sát biên độ giảm dần theo thời gian rồi dừng lại.
- Dao động tắt dần càng nhanh nếu môi trường càng nhớt (tức lực cản của môi trường càng lớn).

### 2. Dao động duy trì

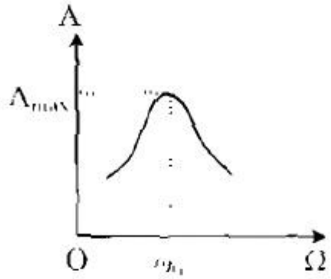
Nếu ta cung cấp thêm năng lượng cho vật dao động tắt dần để bù lại sự tiêu hao vì ma sát mà không làm thay đổi chu kì riêng của nó thì dao động kéo dài mãi mãi và gọi là dao động duy trì.

### 3. Dao động cưỡng bức

- Nếu tác dụng một ngoại lực biến đổi điều hòa có tần số góc $\Omega$ lên một hệ chuyển động có tần số riêng $\omega_0$ thì sau một thời gian chuyển tiếp hệ sẽ chuyển động với tần số góc $\Omega$ của ngoại lực đó là dao động cưỡng bức.
- Dao động cưỡng bức:
  - + Là dao động điều hòa
  - + Tần số góc của dao động cưỡng bức bằng tần số góc $\Omega$ của ngoại lực.
  - + Biên độ dao động cưỡng bức tỉ lệ thuận với biên độ của ngoại lực và phụ thuộc vào tần số góc $\Omega$ của ngoại lực.
- Phân biệt dao động cưỡng bức với dao động duy trì: Dao động cưỡng bức có tần số góc bằng tần số góc của ngoại lực, còn dao động duy trì có tần số góc của ngoại lực được điều chỉnh để bằng tần số góc $\omega_0$ của dao động tự do.

**4. Cộng hưởng**

- Khi tần số góc $\Omega$ của ngoại lực bằng tần số riêng $\omega_0$ của hệ dao động thì biên độ của dao động cưỡng bức đạt cực đại, đó là hiện tượng cộng hưởng.
- Với cùng một ngoại lực tuần hoàn tác dụng, nếu ma sát giảm thì giá trị cực đại của biên độ tăng, hiện tượng cộng hưởng rõ nét hơn.



## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**8.1.** Chọn câu **sai**.

A. Dao động tắt dần có biên độ giảm dần theo thời gian

B. Dao động tắt dần càng nhanh, nếu môi trường càng nhớt

C. Cơ năng của vật trong dao động tắt dần không thay đổi.

D. Dao động của con lắc trong dầu tắt dần nhanh hơn trong nước.

**8.2.** Cho 3 dao động sau đây:

I. Dao động của con lắc lò xo trong không khí

II. Dao động của người đưa võng (dụng tay vào tường khi võng ra xa).

III. Dao động của thân xe khi xe đậu trên bến nhưng vẫn nổ máy

Dao động nào là dao động duy trì?

A. I　　B. II　　C. III　　D. II và III.

**8.3.** Chọn câu **sai** khi nói về dao động cưỡng bức:

A. Dao động cưỡng bức là dao động của vật khi bị tác dụng của một ngoại lực biến đổi tuần hoàn.

B. Dao động cưỡng bức là dao động điều hòa

C. Tần số góc của dao động cưỡng bức bằng tần số góc $\Omega$ của ngoại lực

D. Biên độ của dao động cưỡng bức tỉ lệ thuận với biên độ $F_0$ của ngoại lực và phụ thuộc vào tần số góc $\Omega$ của ngoại lực.

**8.4.** Với cùng một ngoại lực tuần hoàn tác dụng lên cùng một hệ dao động, nếu ma sát nhớt của môi trường nhỏ hơn thì giá trị cực đại của biên độ dao động cưỡng bức

A. vẫn không đổi

B. nhỏ hơn

C. lớn hơn

D. có thể nhỏ hơn hoặc lớn hơn.

**8.5.** Chọn câu **đúng**.

Dao động duy trì

A. không chịu tác dụng của ngoại lực

B. chịu tác dụng của ngoại lực biến đổi điều hòa

C. có chu kì dao động là chu kì riêng của hệ

D. không nhận thêm năng lượng từ bên ngoài.

**8.6.** Một chiếc xe chạy trên một con đường lát gạch, cứ cách khoảng 9 m trên đường lại có một rãnh nhỏ. Với tốc độ 21,6 km/h thì xe bị xóc mạnh nhất. Chu kì dao động riêng của khung xe máy trên các lò xo giảm xóc là

A. $\frac{2}{3}$ S B. 54 S C. 1 S D. 1,5 S.

**8.7.** Một con lắc lúc bắt đầu dao động có cơ năng 0,1 J và dao động tắt dần, cứ sau mỗi chu kì biên độ giảm 3%. Để con lắc dao động duy trì với biên độ lúc đầu thì mỗi dao động toàn phần cần cung cấp cho con lắc năng lượng là

A. $6.10^{-3}$ J B. $3.10^{-3}$ J C. $9.10^{-3}$ J D. 0,097 J.

**8.8.** Một con lắc đơn dài 1 m treo ở trần toa tàu đang chạy đều. Mỗi lần bánh xe qua chỗ nối hai đường ray thì toa tàu bị kích động. Khoảng cách hai chỗ nối liên tiếp là 12,5 m. Lấy $g = \pi^2$ m/s$^2$. Biên độ dao động con lắc sẽ lớn nhất khi tốc độ toa tàu là

A 6,25 km/h B. 30 km/h C. 60 km/h D. 22,5 km/h.

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**8.1.** Đáp án: [C]

**8.2.** Đáp án [B]

Dao động của người đưa võng là dao động duy trì còn dao động của thân xe khi đậu trên bến nhưng vẫn nổ máy là dao động cưỡng bức dưới tác dụng của lực cưỡng bức tuần hoàn gây bởi chuyển động của pit-tông trong xi lanh lúc nổ máy.

**8.3.** Đáp án: [A]

Câu A được phát biểu đúng như sau: Dao động cưỡng bức là dao động của vật trong giai đoạn ổn định sau khi bị tác dụng của một ngoại lực biến đổi điều hòa.

**8.4.** Đáp án: [C]

**8.5.** Đáp án: [C]

**8.6.** Đáp án: [D]

Mỗi lần bánh xe đi qua rãnh thì xe bị kích động.

Chu kì kích động là $T = \frac{L}{V}$

Lò xo dao động mạnh nhất khi có cọng hưởng xảy ra, lúc đó chu kì riêng của khung xe trên các lò xo bằng với chu kì T:

$T_0 = T = \frac{L}{V}$ với V = 21,6 km/h = 6 m/s

$T_0 = \frac{9}{6} = 1{,}5$ (s).

**8.7.** Đáp án: [A]

Gọi biên độ lúc đầu là $A_0$

Sau 1 dao động tiếp theo biên độ là A thì:

$$\frac{W}{W_0} = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2A^2}{\frac{1}{2}m\omega^2A_0^2} = \left(\frac{A}{A_0}\right)^2$$

Với $\frac{\Delta A}{A_0} = \frac{A_0 - A}{A_0} = 3\% \Rightarrow \frac{A}{A_0} = 97\%$

Vậy: $\frac{W}{W_0} = (97\%)^2 \approx 94\%$.

$\Rightarrow W = 94\% W_0 = 0{,}94 \times 0{,}1 = 0{,}094$ (J)

Năng lượng cần cung cấp:

$\Delta W = W_0 - W = 0{,}1 - 0{,}094 = 0{,}006$ (J)

**8.8.** Đáp án: [D]

Kích động (ngoại lực) có chu kì $T = \frac{L}{V}$

Chu kì con lắc: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Con lắc dao động mạnh nhất khi có cộng hưởng:

$$T = T_0$$

$$\frac{L}{V} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$V = \frac{1}{2\pi}.L\sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{1}{2\pi}\,12{,}5\sqrt{\frac{\pi^2}{1}}$$

$= 6{,}25$ (m/s) $= 22{,}5$ (km/s)

# 9. TỔNG HỢP HAI DAO ĐỘNG CÙNG PHƯƠNG

## TÓM TẮT LÍ THUYẾT

**1. Dao động tổng hợp**

Cho hai dao động cùng phương

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$$
$$x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$$

Biểu thức của dao động tổng hợp là

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$$

với $\begin{cases} A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \\ \text{tg}\varphi = \dfrac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} \end{cases}$

**2. Độ lệch pha**

Độ lệch pha của hai dao động:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

- Nếu $\varphi_2 > \varphi_1$ thì dao động $x_2$ sớm pha hơn dao động $x_1$ và dao động $x_1$ trễ pha hơn dao động $x_2$
- Nếu $\Delta\varphi = 0$: hai dao động cùng pha.
- Nếu $\Delta\varphi = \pi$: hai dao động ngược pha.

**3. Biên độ dao động tổng hợp phụ thuộc vào độ lệch pha**

- $\Delta\varphi = 0$: $A = A_1 + A_2$: max
- $\Delta\varphi = \pi$: $A = |A_1 - A_2|$: min
- $\Delta\varphi$ bất kì: $|A_1 - A_2| < A < A_1 + A_2$.

## BÀI TẬP CƠ BẢN

**Ví dụ 1:** Hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có biên độ và pha ban đầu lần lượt là: $A_1 = 10$ cm; $A_2 = 10\sqrt{3}$ cm; $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \dfrac{\pi}{2}$

Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp của hai dao động trên là

A. $A = 20$ cm, $\varphi = -\dfrac{\pi}{6}$

B. $A = 15$ cm, $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$

C. $A = 20$ cm, $\varphi = -\dfrac{\pi}{3}$

D. $A = 15$cm, $\varphi = \dfrac{\pi}{6}$

*Giải*

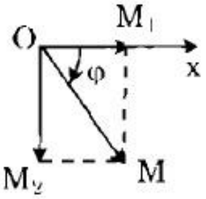
Giản đồ vectơ

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$= \sqrt{10^2 + (10\sqrt{3})^2 + 2.10.10\sqrt{3}.\cos\left(0 + \frac{\pi}{2}\right)} = 20 \text{ (cm)}$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

$$= \frac{10\sin 0 + 10\sqrt{3}\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)}{10\cos 0 + 10\sqrt{3}\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)} = -\sqrt{3} \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$$



Đáp án: [C].

**Ví dụ 2:** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số và cùng biên độ a, độ lệch pha của hai dao động là $\Delta\varphi$. Biên độ dao động tổng hợp của hai dao động là

A. $A = 2a$ B. $A = 2a|\sin\Delta\varphi|$

C. $A = a|\text{tg}2\Delta\varphi|$ D. $A = 2a\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right|$

## *Giải*

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

với $\begin{cases} A_1 = A_2 = a \\ \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi \end{cases}$

nên: $A = \sqrt{2a^2 + 2a^2\cos\Delta\varphi} = \sqrt{2a^2(1 + \cos\Delta\varphi)}$

Áp dụng công thức: $1 + \cos 2x = 2\cos^2 x$

Ta được: $A = \sqrt{2a^2.2\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}} = 2a\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right|$

Đáp án: [D]

**Ví dụ 3:** Cho hai dao động điều hòa cùng phương:

$$x_1 = 2\sqrt{3}\sin(100\pi t + \frac{5\pi}{6}) \text{ (cm)}$$

$$x_2 = -\sqrt{3}\cos 10\pi t \text{ (cm)}$$

Phương trình dao động tổng hợp của 2 dao động là

A. $x = 2\cos 10\pi t$ (cm) B. $x = 3\cos(10\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm)

C. $x = 2\sqrt{3}\cos(10\pi t + \frac{5\pi}{6})$ (cm) D. $x = \sqrt{15}\cos 10\pi t$ (cm).

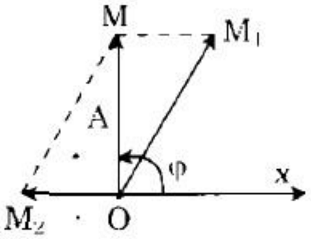
### *Giải*

- Đầu tiên ta viết lại

$$x_1 = 2\sqrt{3}\cos(10\pi t + \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2}) = 2\sqrt{3}\cos(10\pi t + \frac{\pi}{3})\ (cm)$$

và $x_2 = \sqrt{3}\cos(10\pi t + \pi)\ (cm)$

- Giản đồ vectơ



- Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(10\pi t + \varphi)$$

với $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

$$= \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 + 2.2\sqrt{3}.\sqrt{3}\cos(\pi - \frac{\pi}{3})}$$

$= 3\ (cm)$

và $tg\varphi = \dfrac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$

$$= \frac{2\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}\sin\pi}{2\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}\cos\pi} = \frac{3 - \sqrt{3}}{0} = +\infty$$

$\rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$

Vậy: $x = 3\cos(10\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm).

Đáp án [B]

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**9.1.** Trong dao động điều hòa, vận tốc

A. trễ pha hơn gia tốc góc $\frac{\pi}{2}$ B. sớm pha hơn gia tốc góc $\frac{\pi}{2}$

C. cùng pha với gia tốc D. ngược pha với gia tốc

**9.2.** Hai dao động điều hòa (1) và (2) có phương trình dao động lần lượt là:

$$x_1 = 2\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})\ (cm)$$

$$x_2 = 3\cos(100\pi t + \frac{\pi}{6})\ (cm)$$

Phát biểu nào dưới đây là **đúng**?

A. Dao động (1) trễ pha hơn dao động (2) góc $\frac{\pi}{6}$

B. Dao động (1) sớm pha hơn dao động (2) góc $\frac{\pi}{3}$

C. Dao động (2) sớm pha hơn dao động (1) góc $\frac{2\pi}{3}$

D. Không xác định được độ lệch pha giữa hai dao động vì chúng khác biên độ.

**9.3.** Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng chu kì T = 0,02 s, với các biên độ: $A_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ cm, $A_2 = \sqrt{3}$ cm và các pha ban đầu tương ứng $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, $\varphi_2 = \frac{5\pi}{6}$. Phương trình dao động tổng hợp của hai dao động trên là

A. $x = 2{,}3\cos(100\pi t + 0{,}73\pi)$ cm

B. $x = 2{,}3\cos(100\pi t - 0{,}27\pi)$ cm

C. $x = 2{,}3\cos(100\pi t + 0{,}68\pi)$ cm

D. $x = 4{,}6\cos(100\pi t - 0{,}32\pi)$ cm.

**9.4.** Hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình

$$x_1 = 6\sin 12\pi t \text{ (cm)}$$

$$x_2 = 8\cos 12\pi t \text{ (cm)}.$$

Phương trình dao động tổng hợp là:

A. $x = 14\sin 12\pi t$ (cm) B. $x = 14\cos(12\pi t - \frac{\pi}{4})$ (cm)

C. $x = 10\cos(12\pi t - \frac{37\pi}{180})$ (cm) D. $x = 10\cos(12\pi t + \frac{37\pi}{180})$ (cm).

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**9.1.** Đáp án: [A]

Cho $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ thì

$$V = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$= \omega A\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \qquad (1)$$

và

$$a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$= \omega^2 A\cos(\omega t + \varphi + \pi) \qquad (2)$$

(1) và (2) cho thấy: V trễ pha hơn a góc $\frac{\pi}{2}$.

**9.2.** Đáp án: [A]

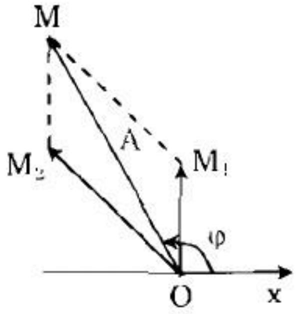
Biến đổi $x_1$ thành: $x_1 = 2\cos 100\pi t$

Độ lệch pha giữa hai dao động (1) và (2) là:

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 0 - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} < 0$: vậy dao động (1) trễ pha hơn dao động (2) góc $\frac{\pi}{6}$

**9.3.** Đáp án: [A]

- Giản đồ vectơ như hình vẽ:



- $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

$$= \sqrt{\frac{3}{4} + 3 + 2.\frac{3}{2}.\cos\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{21}}{2} \approx 2{,}3.$$

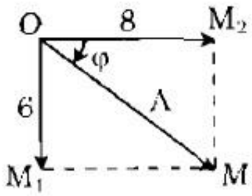
- $$\mathrm{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}\sin\frac{5\pi}{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}.\cos\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}\cos\frac{5\pi}{6}}$$

$$= -\frac{2\sqrt{3}}{3} \approx -1{,}555 \rightarrow \varphi = 0{,}73\pi \text{ rad.}$$

Vậy: $x = 2{,}3\cos(100\pi t + 0{,}73\pi)$ (cm)

**9.4.** Đáp án: [C]

- Viết lại: $x_1 = 6\cos(12\pi t - \frac{\pi}{2})$ cm
- Vẽ giản đồ vectơ như hình vẽ
- Tính được:



$$A = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (cm)}$$

Và $\mathrm{tg}|\varphi| = \frac{6}{8} = 0{,}75 \rightarrow |\varphi| \approx \frac{37\pi}{180}$ rad.

Với $\varphi < 0$ nên $\varphi = -\frac{37\pi}{180}$

Vậy: $x = 10\cos(12\pi t - \frac{37\pi}{180})$ (cm).

# ÔN TẬP CHƯƠNG II
# DAO ĐỘNG CƠ

**II.1.** Một vật dao động điều hòa với biên độ A có vận tốc cực tiểu khi li độ

A. cực đại B. cực tiểu C. bằng 0 D. bằng $\frac{A}{2}$.

**II.2.** Trong dao động điều hòa, biểu thức gia tốc là $a = a_0\cos\omega t$ thì biểu thức vận tốc là $V = V_0\cos(\omega t + \varphi)$ với $a_0$, $v_0$ là các hằng số dương. Góc $\varphi$ có giá trị bằng

A. $-\frac{\pi}{2}$ B. $+\frac{\pi}{2}$ C. 0 D. $\pi$.

**II.3.** Một vật dao động điều hòa với phương trình chuyển động $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Gốc thời gian được chọn vào lúc vật qua $x = -\frac{A}{2}$ và đi ra xa vị trí cân bằng O. $\varphi$ có giá trị bằng

A. 0 B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$.

**II.4.** Tần số góc trong dao động điều hòa của con lắc vật lí được xác định bằng công thức

A. $\omega = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$ B. $\omega = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgd}{I}}$

C. $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$ D. $\omega = \sqrt{\frac{I}{mgd}}$

**II.5.** Chọn câu **đúng**.

Biên độ A của dao động điều hòa

A. thay đổi theo thời gian

B. là hằng số dương

C. là hằng số âm

D. là hằng số có thể dương hoặc âm.

**II.6.** Chọn câu **đúng**

Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có biên độ là $A_1$, $A_2$. Biên độ A của dao động tổng hợp luôn luôn

A. bằng $A_1 + A_2$

B. bằng $|A_1 - A_2|$

C. bằng $\frac{A_1 + A_2}{2}$

D. thỏa mãn $|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2$

**II.7.** Chọn câu **đúng**

A. Dao động tắt dần càng nhanh nếu môi trường càng ít nhớt

B. Dao động duy trì không cần ngoại lực tác dụng

C. Tác dụng ngoại lực biến đổi điều hòa theo thời gian vào vật dao động tắt dần ta được dao động duy trì

D. Tần số góc của dao động duy trì bằng tần số góc $\omega_0$ của dao động tự do của hệ.

**II.8.** Trong một môi trường nhất định, một vật dao động cưỡng bức dưới tác dụng của ngoại lực F biến đổi điều hòa: $F = F_0\cos(\Omega t + \varphi)$. Biên độ dao động cưỡng bức

A. chỉ phụ thuộc vào biên độ $F_0$

B. chỉ phụ thuộc vào tần số góc $\Omega$

C. phụ thuộc vào biên độ $F_0$ và tần số góc $\Omega$

D. phụ thuộc vào biên độ $F_0$, tần số góc $\Omega$ và pha ban đầu $\varphi$.

**II.9.** Chọn câu ***sai***

A. Biên độ dao động cưỡng bức phụ thuộc hệ số của lực tác dụng lên vật dao động.

B. Con lắc đơn đang đứng yên ở vị trí cân bằng, vào lúc t = 0, ta tác dụng lên vật nặng một ngoại lực F biến đổi điều hòa thì kể từ lúc đó con lắc dao động cưỡng bức.

C. Điều kiện để xảy ra cộng hưởng là tần số góc $\Omega$ của ngoại lực bằng (gần đúng) tần số góc riêng $\omega_0$ của hệ dao động tắt dần.

D. Với cùng một ngoại lực tuần hoàn tác dụng, nếu ma sát giảm thì giá trị cực đại của biên độ tăng.

**II.10.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số 4,5 Hz. Trong quá trình dao động, độ dài ngắn nhất của lò xo là 40 cm và dài nhất là 56 cm

Lấy gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng xuống, t = 0 là lúc lò xo ngắn nhất thì phương trình chuyển động của vật nặng là

A. $x = 8\cos 9\pi t$ (cm)　　B. $x = -8\cos 9\pi t$ (cm)

C. $x = 48\cos(9\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm)　　D. $x = 48\cos(9\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm).

**II.11.** Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos(\pi t + \frac{\pi}{4})$. Vật qua li độ $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm lần thứ hai kể từ t = 0 là lúc

A. $\frac{25}{12}$ s　　B. $\frac{1}{12}$ s　　C. $\frac{49}{12}$ s　　D. $\frac{47}{12}$ s.

**II.12.** Cho con lắc lò xo gồm vật nặng m = 100 g, độ cứng K = 10 N/m treo thẳng đứng. Vật được giữ ở vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên rồi thả nhẹ cho dao động điều hòa. Lấy $g = 10\ m/s^2$. Giá trị nhỏ nhất ($f_{min}$) và lớn nhất ($f_{max}$) của lực đàn hồi là

A. $f_{min} = 1$ N, $f_{max} = 2$ N B. $f_{min} = 1$ N, $f_{max} = 3$ N

C. $f_{min} = 0$, $f_{max} = 3$ N D. $f_{min} = 0$, $f_{max} = 2$ N

**II.13.** Một con lắc đơn dao động bé có chu kì bằng 1,5 s khi nó dao động trên mặt đất. Biết gia tốc trọng trường trên mặt trăng nhỏ hơn trên mặt đất 5,9 lần và coi chiều dài con lắc không đổi. Đưa con lắc lên mặt trăng thì chu kì dao động của nó là

A. 1 s B. 2,5 s C. 4,5 s D. 3,6 s.

**II.14.** Một con lắc đơn treo ở trần thang máy đang đi lên. Lúc đầu thang máy chuyển động nhanh dần đều thì chu kì dao động bé của con lắc là 1 s, sau đó thang máy chuyển động chậm dần đều với cùng độ lớn gia tốc thì chu kì là 1,2 s. Lấy $g = 9,8\ m/s^2$.

Độ lớn gia tốc chuyển động là

A. $1,77\ m/s^2$ B. $1,52\ m/s^2$ C. $1,36\ m/s^2$ D. $1,84\ m/s^2$.

**II.15.** Con lắc lò xo với lò xo có độ cứng K = 100 N/m, khối lượng không đáng kể dao động điều hòa với phương trình x = 2cos(5πt) (cm), biểu thức tính động năng của con lắc là

A. $W_đ = 200\cos^2(5\pi t)$ (J) B. $W_đ = 200\sin^2(5\pi t)$ (J)

C. $W_t = 0,02\cos^2(5\pi t)$ (J) D. $W_t = 0,02\sin^2(5\pi t)$ (J)

**II.16.** Một vật dao động điều hòa trên đoạn thẳng PQ = 10 cm, thời gian để đi từ P → Q (hoặc từ Q → P) là 2 s. Chọn gốc thời gian là lúc vật qua li độ x = 2,5 cm và liền sau đó x tăng. Phương trình dao động của vật là

A. $x = 10\cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3})$ cm B. $x = 5\cos(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3})$ cm

C. $x = 10\cos(\pi t - \frac{\pi}{3})$ cm D. $x = 5\cos(\pi t + \frac{\pi}{3})$ cm

**II.17.** Một vật dao động điều hòa có vận tốc cực đại là 0,5 m/s và gia tốc cực đại là $5\ m/s^2$. Biên độ dao động là

A. 2 cm B. 2,5 cm C. 5 cm D. 10 cm.

**II.18.** Một con lắc đơn có khối lượng vật nặng là 100 g, chiều dài dây treo 50 cm, dao động điều hòa nơi $g = 9,8\ m/s^2$ với mốc thế năng tại vị trí cân bằng thì thế năng của con lắc lúc qua li độ góc α = 0,1 rad là

A. $2,15.10^{-2}$ J B. $2,15.10^{-3}$ J

C. $4,90.10^{-2}$ J D. $4,90.10^{-3}$ J

**II.19.** Một đồng hồ quả lắc chạy đúng giờ ở $20^0C$. Coi quả lắc đồng hồ như con lắc đơn mà thanh treo có hệ số dãn nở $\alpha = 2.10^{-5}K^{-1}$

Ở $30^0C$ (cũng tại nơi ấy) mỗi ngày đêm (24 giờ) đồng hồ đã chạy

A. chậm 8,64 s B. nhanh 8,64 s

C. chậm 9,87 s D. nhanh 9,87 s.

**II.20.** Hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình dao động là $x_1 = 5\cos(2\pi t + \frac{\pi}{6})$ (cm) và $x_2 = 5\sin(2\pi t + \frac{5\pi}{6})$ (cm).

Phương trình dao động tổng hợp là

A. $x = 8,25\cos(2\pi t + \frac{\pi}{4})$ (cm) B. $x = 8,25\cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm)

C. $x = 9,66\cos(2\pi t + \frac{\pi}{4})$ (cm) D. $x = 9,66\cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm).

**II.21.** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng K = 32 N/m và vật nặng m = 200 g được treo ở trần toa tàu. Con lắc này bị kích động mỗi khi bánh của toa tàu gặp chỗ nối hai đường ray. Biết khoảng cách hai chỗ nối liên tiếp là 12,5 m và lấy $\pi^2 \approx 10$. Con lắc dao động mạnh nhất khi vận tốc toa tàu là

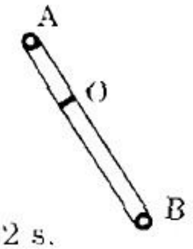
A. 15 m/s B. 12 m/s C. 20 m/s D. 25 m/s.

**II.22.** Một vật rắn có khối lượng m = 1,5 kg có thể dao động quanh một trục nằm ngang dưới tác dụng của trọng lực. Chu kì của các dao động nhỏ là T = 1,4 s. Khoảng cách từ trục quay đến khối tâm của vật là d = 10 cm, lấy g = 10 m/s². Mômen quán tính của vật đối với trục quay là

A. 30,18 kg.m² B. 0,075 kg.m²

C. 2,94 kg.m² D. 0,328 kg.m²

**II.23.** Một thanh AB = 60 cm khối lượng không đáng kể, đầu A gắn viên bi khối lượng $m_1$ = 50 g và đầu B gắn viên bi khối lượng $m_2$ = 100 g. Cho thanh dao động bé xung quanh trục nằm ngang qua O cách đầu A 20 cm. Lấy g = 10 m/s². Chu kì dao động bé của thanh là



A. 1,54 s B. 0,86 s C. 1,25 s D. 1,82 s.

**II.24.** Một con lắc đơn dao động điều hòa trên mặt đất. Sau đó đưa con lắc lên độ cao 10 km so với mặt đất và để chu kì không đổi thì ta phải thay đổi chiều dài con lắc. Biết bán kính trái đất là 6400 km. So với chiều dài cũ thì chiều dài mới đã

A. tăng 0,3% B. giảm 0,3%

C. tăng 0,1% D. giảm 0,1%

**II.25.** Đưa một chiếc đồng hồ quả lắc lên mặt trăng thì kim phút quay một vòng bao lâu (so với thời gian tại mặt đất), biết gia tốc trọng trường tại mặt đất lớn gấp 6 lần tại mặt trăng.

A. 1 h 30 ph B. 1 h 50 ph

C. 2 h 10 ph D. 2 h 27 ph.

(cho rằng chiều dài quả lắc không thay đổi).

**II.26.** Một vật dao động điều hòa với phương trình:

$$x = 5\cos(2\pi t)\ (cm)$$

Vận tốc trung bình của chuyển động trong thời gian một chu kì là

A. 20 cm/s B. 10 cm/s C. 0 D. 5 cm/s.

**II.27.** Một vật dao động điều hòa với chu kì 2 s, biên độ 4 cm. Vận tốc trung bình của vật đó chuyển động từ li độ cực tiểu đến li độ cực đại là

A. 2 cm/s B. 8 cm/s C. 0 D. 4 cm/s.

**II.28.** Một vật dao động điều hòa trên đoạn thẳng MN = 5 cm, chu kì 2 s. Tốc độ trung bình của vật trong một chu kì là

A. 5 cm/s B. 0 C. 2,5 cm/s D. 10 cm/s.

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**II.1.** Đáp án [C]

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\rightarrow V = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$V_{min} = -\omega A \leftrightarrow \sin(\omega t + \varphi) = 1$$

$$\leftrightarrow \cos(\omega t + \varphi) = 0 \quad \leftrightarrow x = 0$$

**II.2.** Đáp án: [A]

$$V = V_0\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\rightarrow a = V' = -\omega V_0\sin(\omega t + \varphi) = \omega V_0\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

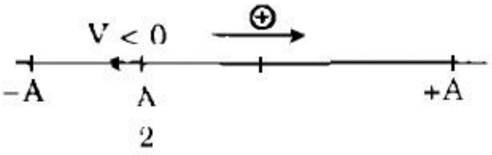
So với biểu thức đã cho: $a = a_0\cos\omega t$ thì $\varphi + \frac{\pi}{2} = 0 \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

**II.3.** Đáp án: [D]

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \rightarrow V = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases} A\cos\varphi = -\frac{A}{2} \\ V = -\omega A\sin\varphi < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = -\frac{1}{2} \\ \sin\varphi > 0 \end{cases} \rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3}$$



**II.4. Đáp án: [C]**

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

**II.5. Đáp án: [B]**

Biên độ A của dao động điều hòa là hằng số dương

**II.6. Đáp án: [D]**

Có $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$

+ Nếu $\Delta\varphi = 2k\pi \rightarrow \cos\Delta\varphi = 1 \rightarrow A_{max} = A_1 + A_2$

+ Nếu $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi \rightarrow \cos\Delta\varphi = -1 \Rightarrow A_{min} = |A_1 - A_2|$

+ Nếu $\Delta\varphi$ khác các giá trị trên thì $|A_1 - A_2| < A < A_1 + A_2$

Tổng quát: $|A_1 - A_2| \le A < A_1 + A_2$.

**II.7. Đáp án: [D]**

Tần số góc của dao động duy trì bằng tần số góc của dao động tự do của hệ.

**II.8. Đáp án: [C]**

Trong một môi trường nhất định, biên độ của dao động cưỡng bức tỉ lệ thuận với biên độ $F_0$ của ngoại lực và phụ thuộc vào tần số góc $\Omega$ của ngoại lực.

**II.9. Đáp án: [B]**

Câu B sai vì: Kể từ lúc t = 0, chuyển động của con lắc gồm 2 giai đoạn, giai đoạn chuyển tiếp (biên độ tăng dần) và giai đoạn ổn định. Chỉ có dao động của vật trong giai đoạn ổn định mới là dao động cưỡng bức

**II.10. Đáp án: [B]**

+ $\omega = 2\pi f = 2\pi.4,5 = 9\pi$ (rad/s)

+ $A = \dfrac{56 - 40}{2} = 8$ (cm)

+ $t = 0,\ x = -A = A\cos\varphi$

$\Rightarrow \cos\varphi = -1 \rightarrow \varphi = \pi$

Vậy: $x = 8\cos(9\pi t + \pi) = -8\cos 9\pi t$ (cm)

**II.11. Đáp án: [A]**

- Qua $x = \dfrac{A}{2}$ và theo chiều âm (v < 0):

$$\begin{cases} \dfrac{A}{2} = A\cos\left(\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right) \\ V = -\pi.A\sin\left(\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{2} \\ \sin\left(\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \pi t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi$$

$$t = \frac{1}{12} + 2k$$

- Lần thứ hai kể từ t = 0 ứng với k = 1:

$$t = \frac{1}{12} + 2.1 = \frac{25}{12}\ (s)$$

**II.12.** Đáp án: [D]

Độ giãn của lò xo lúc vật cân bằng:

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0{,}1.10}{10} = 0{,}1\ (m)$$

Vì thả nhẹ nên $A = \Delta l_0 = 0{,}1\ (m) \Rightarrow f_{min} = 0$

Và: $f_{max} = k(\Delta l_0 + A) = 10(0{,}1 + 0{,}1) = 2\ (N)$.

**II.13.** Đáp án: [C]

Chu kì dao động của con lắc trên mặt trăng và mặt đất lần lượt là:

$$T_t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_t}}$$

$$T_d = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_d}}$$

Lập tỉ số: $\frac{T_t}{T_d} = \sqrt{\frac{g_d}{g_t}} = \sqrt{5{,}9}$

$$\Rightarrow T_t = \sqrt{5{,}9}\,.T_d = \sqrt{5{,}9}\,.1{,}5 \approx 3{,}6\ (s)$$

**II.14.** Đáp án: [A]

Đi lên nhanh dần đều:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a}} = 1\ (s)$$

Đi lên chậm dần đều:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a}} = 1{,}2\ (s)$$

Lập tỉ số: $\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g - a}{g + a}} = \frac{1}{1{,}2}$

$$\Rightarrow \frac{9{,}8 - a}{9{,}8 + a} = \left(\frac{1}{1{,}2}\right)^2 \Rightarrow a \approx 1{,}77\ (m/s^2).$$

**II.15.** Đáp án: [D]

Nếu $x = A\cos(\omega t)$

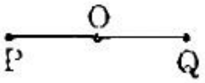
thì $W_d = \frac{1}{2}KA^2\sin^2(\omega t)$

$= \frac{1}{2}.100.(0,02)^2\sin^2(5\pi t)$

$= 0,02\sin^2(5\pi t)$ (J)

**II.16. Đáp án:** [B]

- $T = 4$ s $\to \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ (rad/s)
- $A = \frac{PQ}{2} = \frac{10}{2} = 5$ (cm)



- $t = 0$ thì $x = 2,5$ cm và $v > 0$.

$$\begin{cases} 2,5 = 5\cos\varphi \\ V = -\omega A\sin\varphi > 0 \end{cases} \to \begin{cases} \cos\varphi = \frac{1}{2} \\ \sin\varphi < 0 \end{cases} \to \varphi = -\frac{\pi}{3}$$

**Vậy:** $x = 5\cos(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3})$ (cm)

**II.17. Đáp án:** [C]

$$\begin{cases} V_{max} = \omega A = 0,5 \Rightarrow \omega^2A^2 = 0,25 \\ a_{max} = \omega^2A = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega^2A^2}{\omega^2A} = \frac{0,25}{5} = 0,05 \text{ (m)}$$

$A = 5$ (cm)

**II.18. Đáp án:** [B]

$W_t = \frac{1}{2}mgl\alpha^2.$

[Xem bài năng lượng trong dao động điều hòa – Dạng 2 – ví dụ 1]

$W_t = \frac{1}{2}.0,1.9,8.0,5(0,1)^2 = 2,45.10^{-3}$ (J)

**II.19. Đáp án:** [A]

- Chu kì con lắc ở 20°C: $T_{20} = 2\pi\sqrt{\frac{l_{20}}{g}}$
- Chu kì con lắc ở 30°C:

$$T_{30} = 2\pi\sqrt{\frac{l_{30}}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_{20}(1 - \alpha.\Delta t)}{g}}$$

• Lập tỉ số:

$$\frac{T_{30}}{T_{20}} = \sqrt{1 + \alpha\Delta t} \approx 1 + \frac{\alpha\Delta t}{2} > 1$$

$T_{30} > T_{20}$: đồng hồ ở $30^0C$ chạy chậm.

• Mỗi dao động đồng hồ chậm:

$$\Delta T = T_{30} - T_{20} = \frac{\alpha\Delta t}{2}.T_{20}$$

• Số dao động quả lắc thực hiện được trong 1 ngày:

$$N \approx \frac{86400}{T_{20}}$$

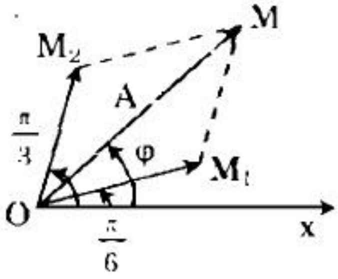
• Thời gian đồng hồ chậm:

$$T = N.\Delta T = 86400.\frac{\alpha\Delta t}{2}$$

$$= 86400.\frac{2.10^{-5}}{2}.10 = 8,64\ (s).$$

**II.20.** Đáp án: [C]

Viết lại $x_2 = 5\cos(2\pi t + \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2}) = 5\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$ (cm)



• $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

$$= \sqrt{5^2 + 5^2 + 2.5.5.\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)}$$

$\approx 9,66$ (cm)

• $$\text{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

$$= \frac{5\sin\frac{\pi}{6} + 5\sin\frac{\pi}{3}}{5\cos\frac{\pi}{6} + 5\cos\frac{\pi}{3}} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

Vậy $x = 9,66\cos(2\pi t + \frac{\pi}{4})$ (cm)

**II.21.** Đáp án: [D]

Con lắc dao động mạnh nhất khi có cộng hưởng

$$T = T_0$$

$$\frac{L}{V} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

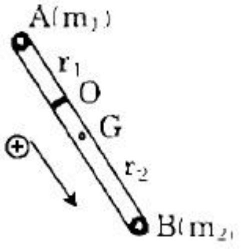
$$\Rightarrow V = \frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{12,5}{2\pi}\sqrt{\frac{32}{0,2}} = 25\ (m/s)$$

**II.22. Đáp án: [B]**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{T^2.mgd}{4\pi^2} = \frac{1{,}4^2.1{,}5.10.0{,}1}{4.3{,}14^2} \approx 0{,}075\ (\text{kg m}^2)$$

**II.23. Đáp án: [A]**



- $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

  $= 0{,}05.0{,}2^2 + 0{,}1.0{,}4^2 = 0{,}018\ (\text{kg.m}^2)$
- $M = m_1 + m_2 = 0{,}15\ (\text{kg})$
- $d = \overline{OG} = \frac{-m_1r_1 + m_2r_2}{m_1 + m_2} = \frac{-0{,}05.0{,}2 + 0{,}1.0{,}4}{0{,}05 + 0{,}1}$

  $= 0{,}2\ (\text{m})$
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}018}{0{,}15.10.0{,}2}} \approx 1{,}54\ (\text{s})$

**II.24. Đáp án: [B]**

Chu kì không đổi nên:

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l + \Delta l}{g'}}$$

$$\Rightarrow \frac{l + \Delta l}{l} = \frac{g'}{g} = \frac{G\frac{M}{(R + h)^2}}{G\frac{M}{R^2}}$$

$$1 + \frac{\Delta l}{l} = \left(\frac{R}{R + h}\right)^2 = \left(1 - \frac{h}{R + h}\right)^2 \approx 1 - \frac{2h}{R + h}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l} = \frac{-2h}{R + h} = -\frac{2.10}{6410} \approx -0{,}003 = -0{,}3\%$$

Vậy chiều dài giảm đi 0,3% so với chiều dài cũ.

**II.25. Đáp án: [D]**

Chu kì quả lắc tại mặt đất và mặt trăng lần lượt là

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

Lập tỉ số: $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{6}$ : Đồng hồ ở mặt trăng chạy chậm hơn tại mặt đất $\sqrt{6}$ lần, vậy kim phút ở mặt trăng cũng quay chậm hơn tại mặt đất $\sqrt{6}$ lần do đó thời gian quay một vòng của kim phút ở mặt trăng lớn hơn ở mặt đất $\sqrt{6}$ lần tức là

$$t' = \sqrt{6}.t = \sqrt{6}.60 \text{ phút} = 197 \text{ phút} = 2\text{h } 27\text{ph}$$

**II.26.** Đáp án: [C]

Vận tốc trung bình: $V_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Với $\Delta x$ là độ dời và trong 1 chu kì thì $\Delta x = 0$ nên $v_{tb} = 0$

**II.27.** Đáp án: [B]

$$V_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{A-(-A)}{\Delta t} = \frac{2A}{\frac{T}{2}} = \frac{4A}{T} = \frac{16}{2} = 8 \text{ (cm/s)}$$

**II.28.** Đáp án: [A]

Tốc độ trung bình = $\frac{\text{Quãng đường}}{\text{Thời gian}} = \frac{4A}{T}$

với $A = \frac{MN}{2} = 2,5$ (cm)

nên tốc độ trung bình = $\frac{4.2,5}{2} = 5$ (cm/s).

# Chương III. SÓNG CƠ

## 10. SÓNG CƠ – PHƯƠNG TRÌNH SÓNG

### TÓM TẮT LÍ THUYẾT

**1. Hiện tượng sóng**

- Sóng cơ là dao động có lan truyền trong một môi trường.
- Sóng ngang là sóng khi các phần tử của môi trường dao đông theo phương vuông góc với phương truyền sóng.
  + Môi trường nào có lực đàn hồi xuất hiện khi bị biến dang LỆCH thì truyền sóng ngang.
  + Sóng ngang chỉ truyền trong chất rắn và trên mặt chất lỏng.
- Sóng dọc là sóng khi các phần tử của môi trường dao động theo phương truyền sóng.
  + Môi trường nào có lực đàn hồi xuất hiện khi có biến dạng NÉN, DÃN thì truyền sóng dọc.
  + Sóng dọc truyền trong môi trường rắn, lỏng, khí.

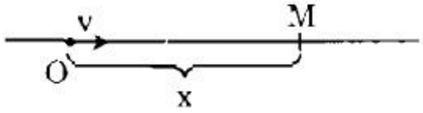
**2. Những đại lượng đặc trưng của chuyển động sóng**

- Chu kì T, tần số f.
- Biên độ sóng.
- Bước sóng λ. Có hai định nghĩa:
  + Bước sóng là quãng đường mà sóng truyền đi được trong mot chu kì dao động.
  + Hoặc bước sóng là khoảng cách giữa hai điểm gần nhau nhất trên phương truyền sóng mà dao động tại hai điểm đó cùng pha.
- Tốc độ truyền sóng:

$$v = \frac{\lambda}{T} = f.\lambda$$

- Năng lượng sóng: Quá trình truyền sóng là quá trình truyền năng lượng.

**3. Phương trình sóng**



Nếu li độ dao động tại O là $U_{(0)} = A\cos(\omega t)$ thì li độ dao động tại M ($\overline{OM} = x$):

$$U_{(M)} = A\cos[\omega(t - \frac{x}{v})] = A\cos(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda})$$

+ Chuyển động của phần tử sóng tại 1 điểm P là một dao động điều hòa có chu kì là T.
+ Hình dạng của sóng ở một thời điểm xác định có dạng sin với chu kì là bước sóng $\lambda$.

## BÀI TẬP CƠ BẢN

### DẠNG 1: TÍNH BƯỚC SÓNG

- Bước sóng là:
  - Quãng đường mà sóng truyền đi được trong một chu kì dao động.
  - Hoặc là khoảng cách giữa hai điểm gần nhau nhất trên phương truyền sóng mà dao động tại hai điểm đó là cùng pha.
- Công thức: $\lambda = V.T = \frac{V}{f}$.
- Khoảng cách giữa hai gợn sóng liên tiếp là bước sóng $\lambda$.

**Ví dụ 1:** Một dây đàn hồi căng ngang. Cho một đầu dao động theo phương thẳng đứng với chu kì 2 s thì trên dây có sóng truyền đi. Sau thời gian 0,3 s dao động truyền đi được 1,5 m.

Bước sóng là

A. 2,5 m B. 10 m C. 5 m D. 4 m.

***Giải***

Tốc độ truyền sóng

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{1,5}{0,3} = 5 \text{ (m/s)}$$

Bước sóng:

$$\lambda = v.T = 5.2 = 10 \text{ (m)}$$

Đáp án: [B]

**Ví dụ 2:** Trên mặt nước đang có sóng, ta thấy khoảng cách giữa hai gợn sóng liên tiếp là 10 cm và một chiếc lá nhỏ trên mặt nước nhô lên liên tiếp 3 lần trong thời gian 5 s. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là

A. 4 cm/s B. 6 cm/s C. 8 cm/s D. 2 cm/s.

***Giải***

- Khoảng cách hai gợn sóng liên tiếp là $\lambda$ nên $\lambda = 10$ cm.
- Lá nhỏ nhô lên liên tiếp 3 lần tức chỗ lá nhỏ có 3 gợn sóng liên tiếp

đi qua, vậy nước ở chỗ đó đã thực hiện 2 dao động nên

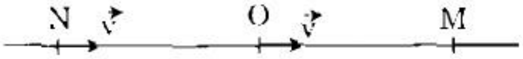
$$T = \frac{5}{2} = 2,5\ (s)$$

- Tốc độ truyền sóng.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10}{2,5} = 4\,(cm/s)$$

Đáp án: [A]

## DẠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH SÓNG



Nếu phương trình sóng tại O là U(O) = Acosωt thì phương trình sóng tại M do O truyền tới OM = x là

$$\boxed{U_{(M)} = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] = A\cos\left(\omega t - 2\pi.\frac{x}{\lambda}\right)}$$

và phương trình sóng tại N trước O với ON = x (sóng tới N trước khi tới O):

$$U_{(N)} = A.\cos(\omega t + 2\pi\frac{x}{\lambda})$$

**Ví dụ 1:** Một sóng ngang có biểu thức truyền sóng trên phương x là

$$u = 3\cos(314t - x)\ (cm)$$

trong đó, t tính bằng s, x tính bằng m.

Bước sóng λ là

A. 8,64 cm B. 8,64 m C. 6,28 cm D. 6,28 m.

### *Giải*

Phương trình sóng có dạng tổng quát:

$$u = A\cos(\omega t - 2\pi.\frac{x}{\lambda})$$

trong đó λ cùng đơn vị với x.

So sánh với phương trình sóng đã cho:

$$u = 3\cos(314t - x)\ (cm)$$

ta được: $2\pi.\frac{x}{\lambda} = x \Rightarrow \lambda = 2\pi = 6,28$

Mặt khác vì x tính bằng m nên λ cùng tính bằng m tức:

$$\lambda = 6,28\ (m)$$

Đáp án: [D]

**Ví dụ 2:** Phương trình sóng tại một điểm có tọa độ x trên phương truyền sóng cho bởi: $u = 2\cos(5\pi t - 0,2\pi.x)$ (cm) trong đó t tính bằng s và x tính bằng cm.

Tốc độ truyền sóng là:

A. 4 cm/s B. 25 cm/s C. 20 cm/s D. 16 cm/s.

***Giải***

So sánh phương trình sóng đã cho:

$$u = 2\cos(5\pi t - 0,2\pi.x)$$

Với phương trình sóng tổng quát

$$u = A\cos(\omega t - 2\pi.\frac{x}{\lambda})$$

ta được: $\omega = 5\pi \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4$ (s)

và $\frac{2\pi x}{\lambda} = 0,2\pi.x \rightarrow \lambda = 10$ (cm)

Tốc độ truyền sóng:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10}{0,4} = 25 \text{ (cm/s)}$$

Đáp án: [B]

**Ví dụ 3:** Sợi dây OA rất dài căng thẳng nằm ngang. Cho đầu O dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với phương trình: $u_{(O)} = 2\cos(10\pi t - \frac{\pi}{4})$ (cm)

Tốc độ truyền sóng trên dây là 5 m/s. Phương trình dao động tại điểm M cách O 12,5 cm là

A. $u = 2\cos(10\pi t)$ (cm) B. $u = 2\cos(10\pi t - \frac{\pi}{4})$ (cm)

C. $u = 2\cos(10\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm) D. $u = 2\cos(10\pi t - \pi)$ (cm).

***Giải***

Phương trình dao động tại điểm M cách O khoảng x là:

$$u_{(M)} = 2\cos(10\pi t - \frac{\pi}{4} - 2\pi.\frac{x}{\lambda})$$

với $\begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2 \text{ (s)} \\ \lambda = v.T = 5.0,2 = 1 \text{ (m)} \\ x = OM = 12,5 \text{ (cm)} = 0,125 \text{ (m)} \end{cases}$

Vậy $u_{(M)} = 2\cos(10\pi t - \frac{\pi}{4} - 2\pi.\frac{0,125}{1})$

$= 2\cos(10\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4})$

$= 2\cos(10\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

Đáp án: [C]

**Ví dụ 4:** Cho đầu O của dây đàn hồi rất dài dao động theo phương vuông góc với dây, biên độ dao động là 4 cm, chu kì 0,1 s. Lấy t = 0 là lúc đầu O có li độ cực đại. Tốc độ truyền sóng trên dây là 40 m/s. Phương trình sóng tại điểm M trên dây với OM = 50 cm là

A. $u = 4\cos(20\pi t - \frac{\pi}{4})$ (cm) B. $u = 4\cos(20\pi t - \pi)$ (cm)

C. $u = 4\cos(2\pi t - \frac{\pi}{4})$ (cm) D. $u = 4\cos(20\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

### *Giải*

+ Phương trình dao động tại đầu O:

$u_{(O)} = A\cos(\omega t + \varphi)$

với: • $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,1} = 20\pi$ (rad/s)

• A = 4 cm

• Lúc t = 0, u = A nên

$A = A\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

Vậy: $u_{(O)} = 4\cos(20\pi t)$ (cm)

+ Phương trình dao động tại M:

$u_{(M)} = 4\cos(20\pi t - 2\pi.\frac{x}{\lambda})$

với $\begin{cases} x = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ (m)} \\ \lambda = v.T = 40.0,1 = 4 \text{ (m)} \end{cases}$

Nên: $u_{(M)} = 4\cos(20\pi t - 2\pi.\frac{0,5}{4}) = 4\cos(20\pi t - \frac{\pi}{4})$ (cm)

Đáp án: [A]

**Ví dụ 5:** Sóng truyền với tốc độ không đổi 10 m/s từ điểm M đến O trên cùng phương truyền sóng với MO = 50 cm, coi biên độ sóng không đổi. Biết phương trình sóng tại O là $u_{(O)} = 5\cos(10\pi t)$ (cm)

Phương trình sóng tại M là

A. $u = 5\cos(10\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm)  B. $u = 5\cos(10\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm)

C. $u = 5\cos(10\pi t - \frac{\pi}{4})$ (cm)  D. $u = 5\cos(10\pi t + \frac{\pi}{6})$ (cm).

### *Giải*

Chú ý rằng, sóng truyền từ M đến O tức sóng đến M trước khi đến O nên:

$$u_{(M)} = 5\cos(10\pi t + 2\pi\frac{x}{\lambda})$$

với $$\begin{cases} x = MO = 50\ (cm) = 0{,}5\ (m) \\ T = \dfrac{2\pi}{10\pi} = 0{,}2\ (s) \\ \lambda = v.T = 10.0{,}2 = 2\ (m) \end{cases}$$

Vậy: $u_{(M)} = 5\cos(10\pi t + 2\pi.\frac{0{,}5}{2}) = 5\cos(10\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm)

Đáp án [B]

**Ví dụ 6:** Một sóng cơ học được truyền theo phương Ox với tốc độ 20 cm/s. Cho rằng khi truyền đi biên độ sáng không đổi. Biết phương trình sóng tại O là: $u_{(O)} = 4\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ (cm), li độ dao động tại M cách O 40 cm lúc li độ dao động tại O đạt cực đại là

A. 4 cm  B. 0  C. −2 cm  D. 2 cm

### *Giải*

- $u_{(O)} = 4\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \rightarrow u_{(M)} = 4\cos\left(\frac{\pi}{6}t - 2\pi.\frac{x}{\lambda}\right)$

với $$\begin{cases} x = 40\ cm \\ T = \dfrac{2\pi}{\pi/6} = 12\ (s) \\ \lambda = v.T = 20.12 = 240\ (cm) \end{cases}$$

nên $u_{(M)} = 4\cos\left(\frac{\pi}{6}t - 2\pi.\frac{40}{240}\right) = 4\cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right)$ (cm)

- Lúc $u_{(O)}$: max tức $4\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) = 4 \rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) = 1$

$$\frac{\pi}{6}t = k2\pi$$

Lúc đó: $u_{M_1} = 4\cos(k2\pi - \frac{\pi}{3}) = 4\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 2$ (cm)

Đáp án [D]

**Ví dụ 7:** Phương trình sóng tại điểm M với OM = x là

$$u = 6\cos\left(\frac{\pi}{2}t - 0{,}2\pi.x\right) \text{ (cm)}$$

trong đó, t tính bằng s, x tính bằng cm.

Vận tốc dao động tại điểm M có x = 10 cm lúc t = 1 s là

A. 0    B. –9,42 m/s    C. 9,42 m/s    D. 6 m/s.

### *Giải*

Vận tốc dao động là đạo hàm của li độ u theo thời gian t:

$$u' = \frac{du}{dt} = -3\pi\sin\left(\frac{\pi}{2}.t - 0{,}2\pi x\right)$$

với t = 1 s, x = 10 cm, ta có:

$$u' = -3\pi\sin\left(\frac{\pi}{2}.1 - 0{,}2\pi.10\right) = -3\pi\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\pi\right)$$

$$= -3\pi\sin\frac{\pi}{2} = -9{,}42 \text{ (cm/s)}$$

## DẠNG 3: ĐỘ LỆCH PHA GIỮA HAI ĐIỂM TRÊN PHƯƠNG TRUYỀN SÓNG

Phương trình sóng tại hai điểm có tọa độ $x_1$ và $x_2$ cùng lúc t là:

$$u_1 = A\cos(\omega t - 2\pi.\frac{x_1}{\lambda})$$

$$u_2 = A\cos(\omega t - 2\pi.\frac{x_2}{\lambda})$$

Độ lệch pha giữa hai điểm:

$$\Delta\varphi = 2\pi.\frac{x_2 - x_1}{\lambda}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = 2\pi.\frac{d}{\lambda}}$$

**Ví dụ.** Sóng truyền trên dây đàn hồi dài vô hạn với bước sóng λ. Hai điểm trên dây dao động cùng pha thì cách nhau

A. $k\frac{\lambda}{2}$    B. $2k\lambda$    C. $k\lambda$    D. $(k + \frac{1}{2})\lambda$.

(với k = 1, 2, 3, ...)

### *Giải*

Hai điểm cách nhau khoảng d trên phương truyền sóng dao động cùng pha khi:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = 2k\pi \rightarrow d = k\lambda$$

Đáp án [C]

**Ví dụ 2.** Sóng truyền theo phương Ox có bước sóng λ. Hai điểm cùng nằm trên phương Ox dao động ngược pha cách nhau

A. $k\frac{\lambda}{2}$ B. $2k\lambda$. C. $k.\lambda$. D. $(k + \frac{1}{2})\lambda$.

(k = 1, 2, 3, ...)

### *Giải*

Hai điểm cách nhau khoảng d trên phương truyền sóng dao động ngược pha khi

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = (2k + 1)\pi \rightarrow d = (k + \frac{1}{2})\lambda$$

Đáp án [D]

**Ví dụ 3.** Một sóng có tần số 50 Hz truyền trên dây đàn hồi rất dài với tốc độ 100 m/s. Hai điểm gần nhau nhất trên dây và lệch pha $\frac{\pi}{4}$ cách nhau

A. 12 cm B. 25 cm C. 10 cm D. 50 cm

### *Giải*

Độ lệch pha của hai điểm cách nhau d:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} \text{ với } \lambda = \frac{v}{f} \text{ nên:}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d.f}{v} = \frac{2\pi.d.50}{100} = \pi.d \ (d: \text{mét})$$

Theo đề: $\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}$ nên

$$\pi d = \frac{\pi}{4} \rightarrow d = \frac{1}{4} \text{ (m)} = 25 \text{ (cm)}$$; Đáp án [B]

**Ví dụ 4.** Hai điểm M, N cách nhau 28 cm trên dây có sóng truyền qua luôn luôn lệch pha với nhau một góc $\Delta\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ với k = 0; ±1; ... Tốc độ truyền sóng là 4 m/s và tần của sóng có giá trị trong khoảng từ 22 Hz đến 26 Hz. Tần số f bằng

A. 25 Hz B. 20 Hz C. 45 Hz D. 15 Hz.

### *Giải*

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \rightarrow \lambda = \frac{4d}{2k+1}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{(2k+1)v}{4d} = \frac{(2k+1).4}{4.0{,}28} = \frac{2k+1}{0{,}28} \ (*)$$

với: $22 \le f = \dfrac{2k+1}{0{,}28} \le 26$

$6{,}16 \le 2k + 1 \le 7{,}28$

$2{,}58 \le k \le 3{,}14 \rightarrow k = 3$

$(*) \Rightarrow f = \dfrac{2.3+1}{0{,}28} = 25$ (Hz)

Đáp án [A]

## DẠNG 4: VẼ HÌNH DẠNG CỦA SÓNG

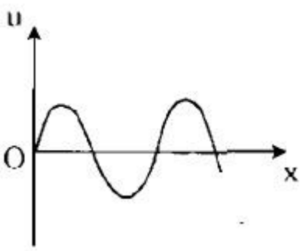
- Viết phương trình truyền sóng: $u = A\cos(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda})$

– Thay $t = t_0$ đã biết: $u = A\cos(\omega t_0 - 2\pi.\frac{x}{\lambda})$

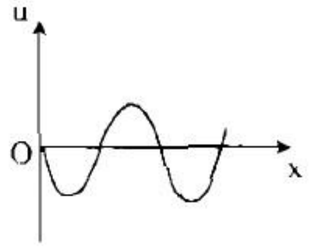
Vẽ đồ thị của u theo x: đó là hình dạng của sóng lúc $t_0$.

**Ví dụ.** Lúc $t = 0$ đầu O của một sợi dây đàn hồi căng thẳng dao động điều hòa theo phương trình: $u_{(O)} = 4\cos(20\pi t)$ (cm). Biết tốc độ truyền sóng trên dây là 2 m/s. Cho rằng biên độ sóng không đổi.

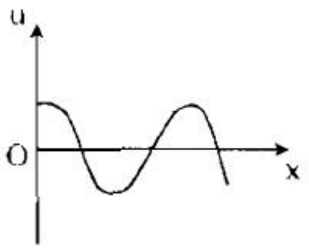
Hình nào sau đây biểu diễn dạng của sóng trên dây vào lúc $t = \frac{3}{20}$ s?



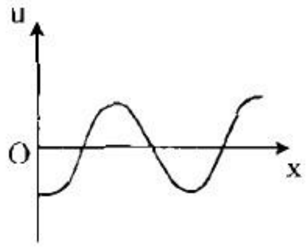
A.



B.



C.



D.

### *Giải*

Biểu thức sóng tại một điểm cách O khoảng x:

$u = 4\cos(20\pi t - 2\pi\frac{x}{\lambda})$

với $\lambda = v.T = v.\frac{2\pi}{\omega} = 2.\frac{2\pi}{20\pi} = 0{,}2$ (m)

nên: $u = 4\cos(20\pi t - 2\pi.\frac{x}{0{,}2})$

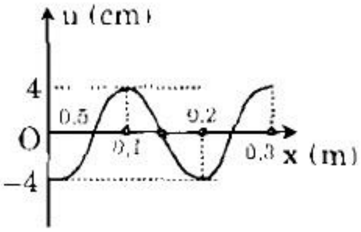
$= 4\cos(20\pi t - 10\pi.x)$ (cm)

Lúc $t = \frac{3}{20}$ s: $u = 4\cos(2\pi t.\frac{3}{20} - 10\pi.x)$

$= 4\cos(3\pi - 10\pi x)$

$= -4\cos(10\pi x)$ (cm) với $x < v.t = 0{,}3$ m

Hình dạng của sóng chính là đồ thị của u theo x, đó là một đường sin, đường này lặp lại sau khoảng $x = \lambda$:



## DẠNG 5: BIẾT LI ĐỘ CỦA SÓNG Ở THỜI ĐIỂM NÀY TÌM LI ĐỘ CỦA SÓNG Ở THỜI ĐIỂM KHÁC

Xác định phương trình sóng: $u = A\cos(\omega t - 2\pi.\frac{x}{\lambda})$

– Li độ của sóng ở 2 thời điểm $t_0$ và $t_0 + \Delta t$ là:

$$\begin{cases} u_1 = A\cos(\omega t_0 - 2\pi.\frac{x}{\lambda}) = a : \text{đã biết} \\ u_2 = A\cos[\omega(t_0 + \Delta t) - 2\pi.\frac{x}{\lambda}] \end{cases}$$

– Suy ra $u_2$

**Ví dụ 1.** Biểu thức của sóng tại một điểm có tọa độ x nằm trên phương truyền sóng cho bởi:

$$u = 2\cos\left(\frac{\pi}{5}t - 2\pi x\right) \text{ (cm)}$$

trong đó, t tính bằng s. Vào lúc nào đó li độ của sóng tại một điểm P là 1 cm thì sau lúc đó 5 s li độ của sóng cùng tại điểm P là

A. −1 cm B. +1 cm C. −2 cm D. +2 cm.

***Giải***

+ Vào lúc $t_0$: $u_1 = 2\cos\left(\frac{\pi}{5}t_0 - 2\pi x\right) = 1$ (cm)

+ Vào lúc $t_0 + 5$: $u_2 = 2\cos\left[\frac{\pi}{5}(t_0 + 5) - 2\pi x\right]$

$$= 2\cos\left(\frac{\pi}{5}t_0 + \pi - 2\pi x\right)$$

$$= -2\cos\left(\frac{\pi}{5}t_0 - 2\pi x\right) = -1 \text{ (cm)}$$

Đáp án [A]

**Ví dụ 2.** Phương trình sóng tại một điểm trên phương truyền sóng cho bởi: $u = 6\cos(2\pi t - \pi x)$. Vào lúc nào đó li độ sóng tại một điểm là 3 cm và li độ đang tăng thì sau lúc đó $\frac{1}{8}$ s và cùng tại điểm nói trên li độ sóng là

A. 1,6 cm B. −1,6 cm C. 5,8 cm D. −5,8 cm.

***Giải***

• Lúc $t = t_0$:

$$u_1 = 6\cos(2\pi t_0 - \pi x) = 3$$

$$\Rightarrow \cos(2\pi t_0 - \pi x) = \frac{1}{2} \qquad (1)$$

lúc này u đang tăng tức dao động đi theo chiều dương

nên $u' = \frac{du}{dt} > 0$:

$$u' = -12\pi\sin(2\pi t_0 - \pi x) > 0$$

$$\Rightarrow \sin(2\pi t_0 - \pi x) < 0 \ (2)$$

(1) và (2) cho:

$$\sin(2\pi t_0 - \pi x) = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

• Lúc $t = t_0 + \frac{1}{8}$:

$$u_2 = 6\cos\left[2\pi\left(t_0 + \frac{1}{8}\right) - \pi x\right] = 6\cos\left(2\pi t_0 - \pi x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 6\left[\cos(2\pi t_0 - \pi x).\cos\frac{\pi}{4} - \sin(2\pi t_0 - \pi x).\sin\frac{\pi}{4}\right]$$

$$= 6\cos\frac{\pi}{4}[\cos(2\pi t_0 - \pi x) - \sin(2\pi t_0 - \pi x)]$$

$$= 6.\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right] \approx 5,8\ (\text{cm})$$

Đáp án: [C].

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**10.1.** Chọn câu **đúng**.

Sóng cơ là

A. dao động cơ tại một vị trí nhất định trong một môi trường

B. dao động cơ chỉ lan truyền được trên mặt nước

C. dao động cơ lan truyền trong một môi trường

D. dao động cơ lan truyền trong các môi trường rắn, lỏng, khí và chân không.

**10.2.** Chọn câu **sai**.

Sóng ngang không truyền được

A. trong chất lỏng
B. trên mặt chất lỏng

C. trong chất khí
D. trong chân không.

**10.3.** Chọn câu **đúng**

Sóng dọc

A. truyền cả trong môi trường rắn, lỏng, khí

B. chỉ truyền trong chất rắn

C. truyền trong chất rắn và trên mặt chất lỏng

D. chỉ truyền trong chất khí.

**10.4.** Chọn câu **đúng**.

A. Môi trường nào có lực đàn hồi xuất hiện khi bị biến dạng lệch thì truyền sóng dọc

B. Môi trường nào có lực đàn hồi xuất hiện khi bị biến dạng nén, dãn thì truyền sóng ngang

C. Môi trường nào có lực đàn hồi xuất hiện khi bị biến dạng lệch thì truyền sóng ngang

D. Hai câu A và B đều đúng.

**10.5.** Có 3 phát biểu như sau về bước sóng:

I. Bước sóng là quãng đường mà sóng truyền đi được trong một giây.

II. Bước sóng là quãng đường mà sóng truyền đi được trong một chu kì dao động.

III. Bước sóng là khoảng cách giữa hai điểm trên phương truyền sóng mà dao động tại hai điểm đó cùng pha.

Phát biểu nào là **đúng**?

A. Cả hai phát biểu I và III
B. Cả hai phát biểu II và III
C. Chỉ có phát biểu II
D. Chỉ có phát biểu III.

**10.6.** Chọn câu **sai** khi nói về các đại lượng đặc trưng của sóng

A. Khi sóng truyền đi các phần tử của môi trường vẫn dao động quanh vị trí cân bằng của chúng.

B. Quá trình truyền sóng là quá trình truyền năng lượng.

C. Khi có sóng truyền qua một môi trường thì phần tử nào gần nguồn dao động sẽ dao động với chu kì lớn hơn.

D. Biên độ sóng tại mỗi điểm trong không gian chính là biên độ dao động của phần tử môi trường tại điểm đó.

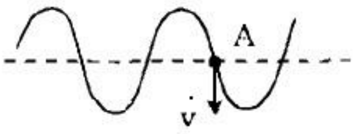
**10.7.** Cho một sóng cơ là sóng ngang. Vào lúc t sóng có hình dạng như hình vẽ, trong đó một phần tử A dao động với vận tốc $\vec{V}$ theo hướng chỉ trên hình vẽ. Hỏi sóng truyền về phía nào?

A. Sóng truyền về phía bên phải

B. Sóng truyền về phía bên trái

C. Sóng truyền theo hướng của $\vec{V}$

D. Sóng truyền ngược hướng của $\vec{V}$.



**10.8.** Chọn công thức **đúng**

A. $\lambda = v.T$
B. $\lambda = v.f$
C. $v = \dfrac{T}{\lambda}$
D. $\lambda = \dfrac{v}{T}$.

**10.9.** Một sóng ngang truyền trên một sợi dây rất dài có phương trình: $u = A\cos(50\pi t + 2\pi x)$ trong đó t tính bằng s. Tần số của sóng là

A. 0,04 Hz
B. 2,5 Hz
C. 50 Hz
D. 25 Hz.

**10.10.** Trên mặt nước có sóng truyền qua ta thấy một chiếc lá nhô lên cao 5 lần trong thời gian 6 s. Chu kì của sóng là

A. 1,2 s
B. 1,5 s
C. 1 s
D. $\dfrac{5}{6}$ s.

**10.11.** Một người ngồi ở biển thấy khoảng cách giữa ba ngọn sóng liên tiếp là 15 m và người đó đếm được 10 ngọn sóng đi qua trước mặt mình trong thời gian 27 s. Tốc độ truyền sóng biển là

A. 2,5 m/s
B. 2,78 m/s
C. 0,4 m/s
D. 0,28 m/s.

**10.12.** Một người gõ một nhát búa trên đường sắt và cách đấy 1530 m có một người khác áp tai lên đường sắt thì nghe được hai tiếng búa cách nhau 4,2 s. Biết tốc độ truyền âm trong không khí là 340 m/s và nhỏ hơn tốc độ truyền âm trong sắt.

Tốc độ truyền âm trong sắt là

A. 3600 m/s B. 2700 m/s C. 8400 m/s D. 5100 m/s.

**10.13.** Tại đầu O của dây đàn hồi rất dài ta tạo ra một dao động có phương trình $u = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ theo phương vuông góc với dây. Một điểm cách xa O $\frac{1}{2}$ bước sóng và sau khi đầu O bắt đầu dao động $\frac{1}{3}$ chu kì có li độ 3 cm. Cho rằng biên độ của sóng trên dây không đổi thì biên độ này bằng

A. 3 cm B. 1,5 cm C. 6 cm D. 4,5 cm.

**10.14.** Một sóng cơ học được truyền đi trên phương Ox từ O với tốc độ 40 cm/s. Phương trình dao động tại O là

$$u = 4\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \text{ (cm)}$$

Điểm M trên phương Ox cách O một khoảng nào sau đây dao động cùng pha với O?

A. 0,2 m B. 1,6 m C. 0,8 m D. 2 m.

**10.15.** Một sóng ngang truyền trên dây rất dài có phương truyền sóng: $u = 2\cos(\frac{\pi}{8}t - 0{,}4\pi.x)$ (cm) trong đó, x tính bằng cm.

Bước sóng là:

A. 5 cm B. 5 m C. 0,2 cm D. 0,2 m.

**10.16.** Trên dây dài có sóng truyền qua với phương trình sóng

$$u = 2\cos(5t - 0{,}2x) \text{ (cm)}$$

trong đó t tính bằng s, x tính bằng cm. Tốc độ truyền sóng trên dây là

A. 40 cm/s B. 10 cm/s C. 20 cm/s D. 25 cm/s

**10.17.** Phương trình truyền sóng trên dây dài là

$$u = 4\cos(2\pi t - 0{,}5\pi x) \text{ (cm)}$$

trong đó, t tính bằng s, x tính bằng cm. Một điểm trên dây có $x = \frac{5}{6}$ cm vào lúc $t = \frac{1}{3}$ s có li độ là

A. 2,83 cm B. 2,45 cm C. 3,50 cm D. 0,98 cm

**10.18.** Một sóng ngang có biểu thức:

$$u = 0{,}3\cos(314t \quad 5x) \text{ (cm)}$$

trong đó t tính bằng s, x tính bằng m

vận tốc dao động cực đại của một phần tử vật chất khi có sóng đi qua là

A. 0,3 cm/s B. 0,6 cm/s C. 94,2 cm/s D. 1,5 m/s.

**10.19.** Sóng truyền với tốc độ không đổi V = 10 m/s từ một điểm M đến một điểm O nằm trên cùng phương truyền sóng, khoảng cách MO = d = 0,5 m. Coi biên độ của sóng không đổi. Biết phương trình của sóng tại O là $u_{(O)} = 5\cos(10\pi t + \frac{\pi}{6})$ cm thì phương trình sóng tại M là

A. $u = 5\cos(10\pi t - \frac{\pi}{6})$ (cm)    B. $u = 5\cos(10\pi t + \frac{2\pi}{3})$ (cm)

C. $u = 5\cos(10\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm)    D. $u = 5\cos(10\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm).

**10.20.** Một dây đàn hồi rất dài căng ngang. Cho đầu O dao động điều hòa theo phương vuông góc với dây, biên độ 2 cm, chu kì 2 s thì trên dây có sóng truyền đi với tốc độ 5 m/s. Biết rằng biên độ sóng không đổi. Lấy t = 0 là lúc đầu O đạt li độ cực đại thì phương trình sóng tại M trên dây cách O 10 cm là

A. $u = 2\cos\pi t$ (cm)    B. $u = 2\cos(\pi t - \frac{\pi}{6})$ (cm)

C. $u = 2\cos(\pi t - \frac{2\pi}{3})$ (cm)    D. $u = 2\cos(\pi t - \frac{2\pi}{25})$ (cm).

**10.21.** Một sóng ngang truyền trên dây với bước sóng 80 cm. Phương trình dao động tại O là:

$$u_{(O)} = 2\cos(4\pi t) \text{ (cm)}$$

Sau đó sóng truyền tới M cách O 20 cm. Li độ dao động tai M vào lúc t = 1 s là:

A. 0    B. 2 cm    C. –2 cm    D. 1 cm.

**10.22.** Một sóng cơ học truyền trên phương Ox có phương trình

$$u = 2\cos(20\pi t - 0{,}08\pi x) \text{ (cm)}$$

trong đó, t tính bằng s, x tính bằng cm.

Điểm M và O trên phương Ox dao động ngược pha khi chúng cách nhau

A. 25 cm    B. 6,25 cm    C. 12,5 cm    D. 0,02 cm.

**10.23.** Một sợi dây đàn hồi khá dài, đầu O dao động với tần số f từ 40 Hz đến 53 Hz, tốc độ truyền sóng là 5,2 m/s.

Để điểm M trên dây cách O 20 cm luôn luôn dao động cùng pha với O thì tần số f là

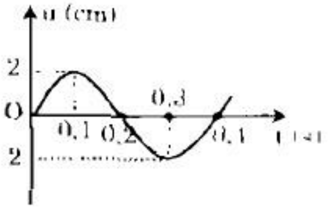
A. 42 Hz    B. 52 Hz    C. 45 Hz    D. 50 Hz.

**10.24.** Sóng truyền trên phương Ox có phương trình:

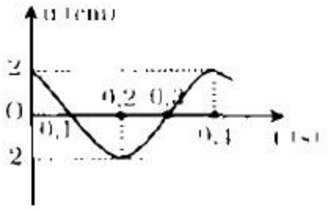
$$u = 2\cos(5\pi t - 3\pi x) \text{ (cm)}$$

trong đó, t tính bằng s, x tính bằng m.

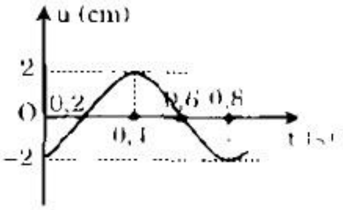
Đồ thị biến thiên của li độ u cua một điểm có vị trí x = 1 m trên đường truyền sóng theo t là hình nào sau đây?



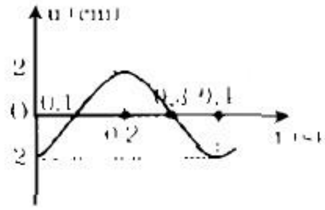
A.



B.



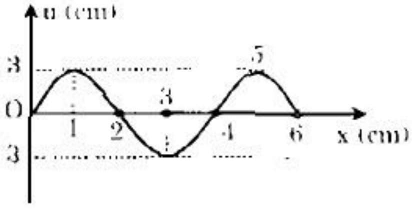
C.



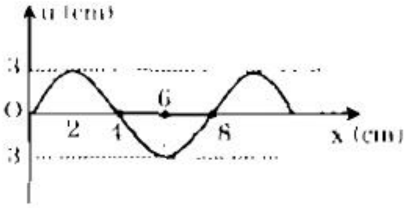
D.

**10.25.** Lúc t = 0 đầu O của dây đàn hồi rất dài căng ngang dao động theo phương thẳng đứng với phương trình $u_{(O)} = 3\cos(2\pi t \quad \frac{\pi}{2})$ (cm)

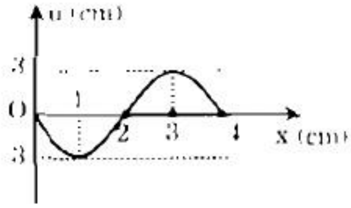
Trên dây có sóng truyền với bước sóng $\lambda = 4$ cm. Dang cua dây vào lúc t = 1,5 s là hình nào dưới đây?



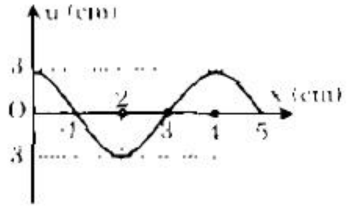
A.



B.



C.



D.

**10.26.** Phương trình sóng trên phương Ox cho bởi:

$$u = 2\cos(7{,}2\pi t + 0{,}02\pi x) \text{ (cm)}$$

trong đó, t tính bằng s.

Li độ sóng tại một điểm có tọa độ x vào lúc nào đó là 1,5 cm thì li độ sóng cũng tại điểm đó sau lúc đó 1,25 s là

A. 1 cm B. 1,5 cm C. −1,5 cm D. −1 cm

**10.27.** Một sóng ngang truyền trên dây rất dài có phương trình

$u = A\cos(0,2\pi x + 5t)$ (cm) trong đó, x tính bằng cm.

Hai điểm gần nhất trên phương truyền sóng có độ lệch pha $\frac{\pi}{2}$ là

A. 10 cm B. 2,5 cm C. 25 cm D. 15 cm

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**10.1.** Đáp án: [C]

**10.2.** Đáp án: [B]

**10.3.** Đáp án: [A]

**10.4.** Đáp án: [C]

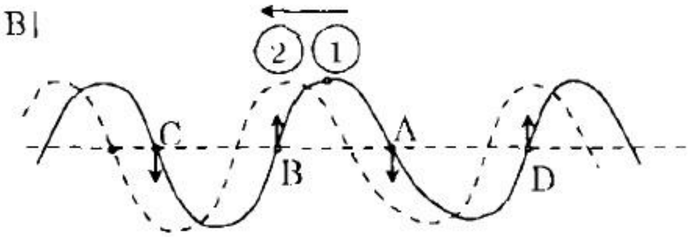
**10.5.** Đáp án: [C]

Chú ý rằng phát biểu III đúng là: Bước sóng là khoảng cách giữa hai điểm gần nhau nhất trên phương truyền sóng mà dao động tại hai điểm đó cùng pha.

**10.6.** Đáp án: [C]

Câu C Sai vì khi có sóng truyền qua, tất cả các phần tử của môi trường đều dao động với cùng chu kì và bằng với chu kì của nguồn dao động.

**10.7.** Đáp án: [B]



Vào lúc t các điểm A, C, ... cùng pha nên cùng đi xuống, còn các điểm B, D, ... ngược pha với A nên đi lên. Kết quả là lúc $t + \frac{T}{4}$ sóng ở vị trí (2) (đường không liên tục). Vậy sóng truyền về bên trái.

**10.8.** Đáp án: [A]

**10.9.** Đáp án: [D]

$$\omega = 2\pi f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{50\pi}{2\pi} = 25 \text{ (Hz)}$$

**10.10.** Đáp án: [B]

Chiếc lá nhô lên cao 5 lần trong thời gian 6 s tức trong thời gian này vật chất ở chỗ chiếc lá đã thực hiện 4 dao động. Vậy chu kì của sóng là:

$$T = \frac{6}{4} = 1,5 \text{ (s)}$$

**10.11.** Đáp án: [A]

- Khoảng cách giữa ba ngọn sóng liên tiếp là $2\lambda$ (hình vẽ). Vậy:

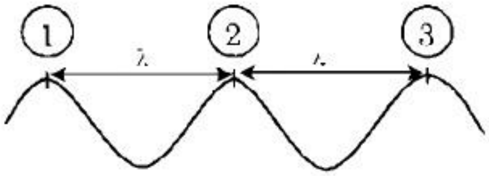
$$\lambda = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ (cm)}$$

- 10 ngọn sóng liên tiếp đi qua trước mặt mình tức chỗ đó vật chất đã thực hiện 9 dao động liên tiếp nên chu kì sóng:

$$T = \frac{27}{9} = 3 \text{ (s)}$$

- Tốc độ truyền sóng:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{7,5}{3} = 2,5 \text{ (m/s)}$$



**10.12.** Đáp án: [D]

Người nghe sẽ nghe hai tiếng búa: tiếng do âm truyền trong sắt (nghe trước) và tiếng do âm truyền trong không khí.

Gọi v và t là tốc độ và thời gian truyền trong sắt, ta có:

$$S = v.t = 340(t + 4,2) = 1530$$

Suy ra: $t = \frac{1530}{340} - 4,2 = 0,3$ (s)

**10.13.** Đáp án: [C]

Phương trình dao động tại O là $u_{(O)} = A\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ thì phương trình dao động tại điểm cách O khoảng x là

$$u = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$$

lúc $t = \frac{T}{3}$ và $x = \frac{\lambda}{2}$ thì u = 3 cm nên:

$$3 = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}.\frac{T}{3} - 2\pi.\frac{\lambda/2}{\lambda}\right)$$

$$= A\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \pi\right) = -A\cos\frac{2\pi}{3} = \frac{A}{2}$$

$$\rightarrow A = 6 \text{ (cm)}$$

**10.14.** Đáp án: [B]

- $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$ (s)
- $\lambda = v.T = 0,4 \times 4 = 1,6$ (m)

Điểm M dao động cùng pha với O phải cách O $k.\lambda = 1,6\,k$ (m) với k = 1, 2, 3,... tức cách O lần lượt 1,6 (m); 3,2 (m); ...

Vậy đáp án là 1,6 (m): [B]

**10.15.** Đáp án: [A]

So phương trình sóng đã cho với phương trình tổng quát:

$$u = A\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

ta được: $0.4\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2}{0.4} = 5$ (cm)

**10.16.** Đáp án: [D]

So phương trình đã cho: $u = 2\cos(5t - 0,2x)$ (cm)

với phương trình tổng quát: $u = a\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

Ta *được*: $\frac{2\pi}{T} = 5 \rightarrow T = \frac{2\pi}{5} = 0,4\ \pi$ (s)

và: $\frac{2\pi}{\lambda} = 0,2 \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi$ (cm)

Vậy: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10\pi}{0,4\pi} = 25$ (cm/s)

**10.17.** Đáp án: [A]

Thay $t = \frac{1}{3}$ s và $x = \frac{5}{6}$ cm vào phương trình đã cho:

$$u = 4\cos(2\pi.\frac{1}{3} - 0,5\pi.\frac{5}{6}) = 4\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{2,5\pi}{6}\right)$$

$$= 4\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}\ \text{(cm)} \approx 2,83\ \text{(cm)}$$

**10.18.** Đáp án: [C]

Vận tốc dao động của một phần tử vật chất khi có sóng đi qua là:

$$u' = \frac{du}{dt} = -0,3 \times 314\sin(314t - 5x)$$

$$= -94,2\sin(314t - 5x)\ \text{(cm/s)}$$

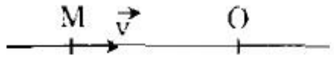
Vận tốc dao động cực đại là 94,2 (cm/s)

**10.19.** Đáp án: [B]

Vì sóng đến M trước khi đến O nên biểu thức sóng tại M là:

$$u = 5\cos(10\pi t + \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi d}{\lambda})$$

với $\begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2\ \text{(s)} \\ \lambda = v.T = 10.0,2 = 2\ \text{(m)} \end{cases}$



Vậy: $u = 5\cos(10\pi t + \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi.0,5}{2})$

$= 5\cos(10\pi t + \frac{2\pi}{3})$ (cm)

**10.20.** Đáp án: [D]

- Phương trình dao động tại đầu O:

$u_{(O)} = A\cos(\omega t + \varphi)$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ (rad/s)

A = 2 cm

$t = 0,\ u = A \rightarrow A = A\cos\varphi \rightarrow \cos\varphi = 1 \rightarrow \varphi = 0$

Vậy: $u_{(O)} = 2\cos(\pi t)$ (cm)

- Phương trình sóng tại M:

$u = 2\cos(\pi t - 2\pi.\frac{d}{\lambda})$

Với $\begin{cases} \lambda = v.T = 5.2 = 10\ (m) \\ d = 40\ (cm) = 0,4\ (m) \end{cases}$

Nên: $u = 2\cos(\pi t - 2\pi.\frac{0,4}{10}) = 2\cos(\pi t - \frac{2\pi}{25})$ (cm)

**10.21.** Đáp án: [A]

Phương trình dao động tại M cách O khoảng d:

$u = 2\cos(4\pi t - 2\pi.\frac{d}{\lambda})$

thay $\begin{cases} t = 1\ s \\ d = 20\,cm \\ \lambda = 80\ cm \end{cases}$

ta được: $u = 2\cos(4\pi.1 - 2\pi.\frac{20}{80}) = 2\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$

**10.22.** Đáp án: [C]

So phương trình đã cho với phương trình tổng quát:

$u = A\cos(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda})$

ta được: $\frac{2\pi}{\lambda} = 0,08\pi \rightarrow \lambda = \frac{2}{0,08} = 25$ (cm)

Điểm M và O dao động ngược pha khi chúng cách nhau

$(2k + 1)\frac{\lambda}{2} = (2k + 1).12,5$ (cm) tức cách nhau có thể là 12,5 cm; 37,5 cm; ...

Vậy đáp án là 12,5 cm

**10.23.** Đáp án: [B]

Hai điểm cách nhau khoảng d trên phương truyền sóng mà dao động cùng pha thì:

$$d = k\lambda = k\frac{v}{f} \Rightarrow f = k.\frac{v}{d} = k.\frac{5,2}{0,2} = 26\ k\ (Hz)$$

với: $40 \le f = 26\ k \le 53$

$1,54 \le k \le 2,04$

Vậy $k = 2$

nên. $f = 26.2 = 52\ (Hz)$

**10.24.** Đáp án: [D]

Với $x = 1$ m thì $u = 2\cos(5\pi t - 3\pi)$

$= -2\cos(5\pi t)\ (cm)$

Đường biểu diễn của u theo t là một đường sin có chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4\ (s)$$

Các giá trị đặc biệt

| t(s) | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 |
|---|---|---|---|---|---|
| u(cm) | −2 | 0 | 2 | 0 | −2 |

Vậy đường biểu diễn là hình [D]

**10.25.** Đáp án: [A]

Biểu thức sóng tại điểm cách đầu O khoảng x là

$$u = 3\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

trong đó, t tính bằng s, x tính bằng cm

Vào lúc t = 1,5 s: $u = 3\cos\left(2\pi.1,5 - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = -3\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

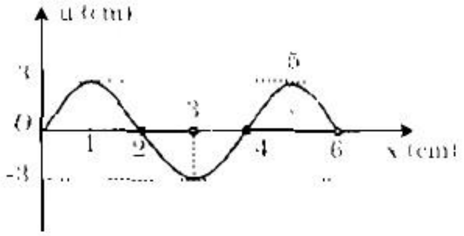
với $x \le v.t = 6\ (cm)$

Dạng của dây cũng là đồ thị của u theo x, đó là một đường sin và đường này có dạng lặp lại sau khoảng $\Delta x = \lambda = 4\ (cm)$

Một vài giá trị đặc biệt

| x(cm) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| u(cm) | 0 | 3 | 0 | −3 | 0 | 3 | 0 |

Dạng của dây:



**10.26.** Đáp án: [C]

Lúc $t_0$: $u = 2\cos(7{,}2\pi t_0 + 0{,}02\pi x) = 1{,}5$

Lúc $t_0 + 1{,}25$: $u = 2\cos[7{,}2\pi(t_0 + 1{,}25) + 0{,}02\pi x]$

$$= 2\cos[7{,}2\pi t_0 + 0{,}02\pi x + 9\pi]$$

$$= -2\cos(7{,}2\pi t_0 + 0{,}02\pi x) = -1{,}5 \text{ (cm)}$$

Đáp án [C]

**10.27.** Đáp án: [B]

So phương trình đã cho với phương trình tổng quát:

$$u = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \omega t\right)$$

Ta được: $\frac{2\pi}{\lambda} = 0{,}2\pi \rightarrow \lambda = \frac{2}{0{,}2} = 10$ (cm)

Độ lệch pha giữa hai điểm cách nhau khoảng d là

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi d}{10} = 0{,}2\pi d$$

với $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$0{,}2\pi d = \frac{\pi}{2} \rightarrow d = \frac{1}{0{,}4} = 2{,}5 \text{ (cm)}$$

## 11. SÓNG DỪNG

### TÓM TẮT LÝ THUYẾT

**1. Sự phản xạ sóng**

- Sóng truyền trên dây đến gặp đầu dây (cố định hoặc tự do) gọi là sóng tới, sau đó dao động truyền ngược lại tạo thành sóng phản xạ.
- Sóng phản xạ có cùng tần số và bước sóng với sóng tới.
- Nếu đầu phản xạ cố định thì sóng phản xạ ngược pha với sóng tới ở điểm phản xạ

  Nếu đầu phản xạ tự do thì sóng phản xạ cùng pha với sóng tới ở điểm phản xạ.

**2. Sóng dừng**

- Trên một sợi dây đàn hồi, sóng tới và sóng phản xạ ở một đầu dây truyền ngược chiều nhau sẽ tạo thành những NÚT (có biên độ bằng không) và những BỤNG (có biên độ cực đại) có vị trí không đổi xen kẽ nhau: đó là sóng dừng.

- Khoảng cách 2 nút (hoặc 2 bụng) liên tục cách nhau $\lambda/2$
- Điều kiện để có sóng dừng:

*a) Hai đầu cố định:* $l = n.\frac{\lambda}{2}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$

Với số bụng là n, số nút là n + 1

*b) Một đầu cố định, một đầu tự do:*

$$l = m.\frac{\lambda}{4} \quad (m = 1, 3, 5, \ldots)$$

với số bụng = số nút = $\frac{m-1}{2}$

## BÀI TẬP CƠ BẢN

### DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH SÓNG TỔNG HỢP CỦA SÓNG TỚI VÀ SÓNG PHẢN XẠ

+ Tìm biểu thức sóng tới $u_M$ tại điểm M

+ Tìm biểu thức sóng phản xạ $u'_M$ tại điểm M

+ Biểu thức sóng tổng hợp tại M:

$$u = u_M + u'_M$$

***Chú ý:***

+ Sóng phản xạ tại đầu cố định ngược pha với sóng tới tại điểm ấy.

+ Sóng phản xạ tại đầu tự do cùng pha với sóng tới tại điểm ấy.

**Ví dụ 1:** Một dây A, B có đầu B cố định. Trên dây có sóng truyền với bước sóng 40 (cm). Sóng truyền đến B có phương trình dao động là:

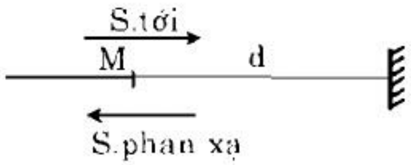
$$u_B = 2\cos(20\pi t)\ (cm)$$

Phương trình sóng tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ tại điểm M trên dây cách đầu B 10 cm là

A. $u = 4\cos(20\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm)  B. $u = 4\cos(20\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm)

C. $u = 4\cos(20\pi t + \frac{\pi}{4})$ (cm)  D. $u = 4\cos(20\pi t - \frac{\pi}{4})$ (cm).

### *Giải*



+ Sóng tới tại M:

$$u_M = 2\cos(20\pi t + \frac{2\pi d}{\lambda})$$

$$= 2\cos(20\pi t + \frac{2\pi.10}{40}) = 2\cos(20\pi t + \frac{\pi}{2})\ (cm)$$

+ Sóng phản xạ tại B (ngược pha với sóng tới tại B)

$$u'_B = 2\cos(20\pi t + \pi)\ (\text{cm})$$

+ Sóng phản xạ tại M:

$$u'_M = 2\cos\left(20\pi t + \pi - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) = 2\cos\left(20\pi t + \pi - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 2\cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ (\text{cm})$$

+ Sóng tổng hợp tại M:

$$u = u_M + u'_M$$

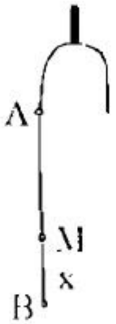
$$= 2\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right) + 2\cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 4\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ (\text{cm})$$

Đáp án: [A].

**Ví dụ 2:** Một sợi dây AB treo vào một nhánh âm thoa như hình vẽ, trong đó đầu B để tự do. Cho âm thoa dao động thì có sóng truyền đến đầu B với phương trình sóng tới tại B là $u_B = A\cos(\omega t)$.

Bước sóng truyền trên dây là $\lambda$. M là một điểm trên dây với BM = x. Phương trình sóng tổng hợp tại M của sóng tới và sóng phản xạ ở đầu B là



A. $u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right).\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

B. $u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{2}\right).\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

C. $u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right).\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

D. $u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right).\cos(\omega t)$

### *Giải*

+ Sóng tới tại M: $u_M = A\cos\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

+ Sóng phản xạ tại B cùng pha với sóng tới tại B nên

$$u'_B = u_B = A\cos(\omega t)$$

+ Sóng phản xạ tại M.

$$u'_B = A\cos\left(\omega t - 2\pi.\frac{x}{\lambda}\right)$$

+ Sóng tổng hợp tại M:

$$u = u_M + u'_M$$

$$= A\cos\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right) + A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Áp dụng: $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$

Ta được: $u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right).\cos(\omega t)$

Đáp án: [D]

## DẠNG 2: BIẾT BIỂU THỨC SÓNG DỪNG XÁC ĐỊNH VỊ TRÍ CÁC ĐIỂM NÚT – ĐIỂM BỤNG

Biểu thức sóng dừng trên dây có dạng:

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right)\cos(\omega t + \beta)$$

- Biên độ của sóng:

$$a = \left|2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right)\right|$$

- Điểm nút ứng với a = 0

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right) = 0$$

- Điểm bụng ứng với a: max

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right) = \pm 1$$

**Ví dụ 1:** Biểu thức sóng tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ tại một điểm M cách đầu cố định khoảng x cho bởi:

$$u = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{2}\right).\sin 20\pi t \text{ (cm)}$$

trong đó, x tính bằng cm, t tính bằng s.

Các điểm nút cách đầu cố định khoảng

A. 2k (cm)
B. 3k (cm)
C. 4k (cm)
D. $2k + \frac{1}{2}$ (cm).

(với k = 0, 1, 2,...)

### *Giải*

Biên độ: $a = 2\left|\cos\left(\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{2}\right)\right|$

Điểm nút ứng với a = 0

$$\rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Rightarrow x = 4K \text{ (cm) với } k = 0, 1, 2,...$$

Đáp án: [C].

**Ví dụ 2:** Khi có sóng dừng trên dây đàn hồi thì phương trình độ dời của dây theo tọa độ x và thời gian t như sau:

$$u = 5\cos\left(4\pi x + \frac{\pi}{2}\right).\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (mm)}$$

trong đó, x tính bằng cm, t tính bằng s

Vị trí của điểm bụng sóng dừng trên dây được xác định bởi:

A. $x = 2k$ (cm)

B. $x = 0,5(k + 1)$ (cm)

C. $x = 2k + 1$ (cm)

D. $x = 0,25\left(k - \frac{1}{2}\right)$ (cm).

với (k = 1, 2, 3,...)

### *Giải*

Biên độ sóng dừng: $A = \left|5\cos\left(4\pi x + \frac{\pi}{2}\right)\right|$ (mm)

Điểm bụng ứng với $a_{max} \rightarrow \cos\left(4\pi x + \frac{\pi}{2}\right) = +1$

$$4\pi x + \frac{\pi}{2} = k\pi$$

$$x = 0,25\left(k - \frac{1}{2}\right) \text{ (cm)}$$

với k = 1, 2, 3,...

Đáp án: [D].

## DẠNG 3: BIẾT BIỂU THỨC SÓNG DỪNG TÌM BƯỚC SÓNG VÀ TỐC ĐỘ TRUYỀN SÓNG

- So sánh giữa biểu thức sóng dừng đã cho với biểu thức tổng quát:

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right).\cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \beta\right)$$

tính được λ và T

- Tốc độ truyền sóng: $v = \frac{\lambda}{T}$

**Ví dụ 1:** Phương trình sóng tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ *tại một điểm cách* đầu dây phản xạ một khoảng x cho bởi

$$u = 8\cos(40\pi x).\cos(10\pi t)\ (mm)$$

trong đó x tính bằng *m*, *t tính* bằng s.

Bước sóng của sóng truyền trên dây là

A. 5 cm B. 5 m C. 2 cm D. 2 m.

### *Giải*

So sánh phương trình đã cho với phương trình sóng tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ có dạng tổng quát:

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right).\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \beta\right)$$

**Ta được:** $\frac{2\pi x}{\lambda} = 40\pi x$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2}{40} = 0{,}05\ (m) = 5\ (cm)$$

Đáp án: [A].

**Ví dụ 2:** Trên dây đàn hồi có sóng dừng xảy ra. Phương trình độ dời của dây theo tọa độ x và thời gian t cho bởi:

$$u = 5\cos\left(0{,}05\pi x + \frac{\pi}{2}\right).\cos\left(8\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ (mm)$$

trong đó, x tính bằng cm, t tính bằng s. Tốc độ truyền sóng trên dây là:

A. 25 cm/s B. 1,6 m/s C. 10 m/s D. 0,4 m/s.

### *Giải*

So phương trình đã cho với phương trình tổng quát:

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right).\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \beta\right)$$

ta được: $\frac{2\pi x}{\lambda} = 0{,}05\pi x$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2}{0{,}05} = 40\ (cm) = 0{,}4\ (m)$$

và: $\frac{2\pi t}{T} = 8\pi t$

$$\Rightarrow T = \frac{2}{8} = 0{,}25\ (s)$$

Tốc độ truyền sóng:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,4}{0,25} = 1,6\ (m/s)$$

Đáp án: [B]

## DẠNG 4: TÌM CÁC HẰNG SỐ CHƯA BIẾT TRONG BIỂU THỨC SÓNG DỪNG

Để tìm các hằng số chưa biết trong biểu thức sóng dừng ta sử dụng các biểu thức:

Biên độ: $a = \left|2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right)\right|$

Bước sóng: $\lambda = v.T$

**Ví dụ 1:** Trên đoạn dây đàn hồi AB có sóng dừng xảy ra. Biểu thức sóng tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ tại một điểm M cách đầu phản xạ B một khoảng x cho bởi:

$$u = u_0\cos(10\pi x).\cos(5\pi t)$$

trong đó, $u_0$ là hằng số dương, x tính bằng m, t tính bằng s.

Tại M cách B $\frac{10}{3}$ cm biên độ dao động của dây là 5 mm. Giá trị của $u_0$ là

A. 0,5 cm B. 2 cm C. 1 cm D. 10 cm.

### *Giải*

Biên độ dao động của sóng tổng hợp:

$$a = u_0\left|\cos(10\pi x)\right|$$

Tại $x = \frac{10}{3}$ cm $= \frac{0,1}{3}$ m thì a = 5 mm nên:

$$5\ (mm) = u_0\left|\cos\left(10\pi.\frac{0,1}{3}\right)\right| = u_0\left|\cos\frac{\pi}{3}\right| = \frac{u_0}{2}$$

$\Rightarrow u_0 = 10\ (mm) = 1\ (cm)$. Đáp án: [C].

**Ví dụ 2:** Trên dây có sóng dừng xảy ra, li độ dao động tại điểm M trên dây có tọa độ x vào lúc t là:

$$u = a\cos(bx).\cos(\pi t)$$

trong đó a, b là các hằng số dương. x tính bằng m, t tính bằng s.

Tốc độ truyền sóng trên dây là 2 m/s

Hằng số b bằng

A. 3,14 $m^{-1}$ B. 2,05 $m^{-1}$ C. 1,57 $m^{-1}$ D. 6,28 $m^{-1}$.

### *Giải*

So phương trình đã cho với phương trình tổng quát:

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right).\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \beta\right)$$

thì $b = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

và $\dfrac{2\pi}{T} = \pi \Rightarrow T = 2$ (s)

$\Rightarrow \lambda = v.T = 2.2 = 4$ (m)

Vậy: $b = \dfrac{2\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2} = 1{,}57$ ($m^{-1}$)

Đáp án: [C].

## DẠNG 5: TÍNH VẬN TỐC DAO ĐỘNG CỦA MỘT ĐIỂM TRÊN DÂY CÓ SÓNG DỪNG

Vận tốc dao động tại một điểm là đạo hàm của li độ u theo *t* tại điểm đó.

- Thay $x = x_0$ (tọa độ điểm tìm vận tốc) vào biểu thức sóng dừng
- Lấy đạo hàm của u theo t:

$$v = \frac{du}{dt} \qquad (*)$$

- Thay $t = t_0$ (thời điểm đi tìm vận tốc) vào biểu thức (*).

**Ví dụ:** Biểu thức sóng dừng tại một điểm có tọa độ x vào lúc t trên dây cho bởi:

$$u = 2\cos(\pi.x)\cos(10\pi t) \text{ (cm)}$$

trong đó, x tính bằng m, t tính bằng s.

Vận tốc dao động của dây tại M (x = 25 cm) vào lúc $t = \dfrac{1}{40}$ s là:

A. −31,4 cm/s  B. 62,8 cm/s

C. 52,4 cm/s  D. −15,4 cm/s.

### *Giải*

- Biểu thức sóng tại M (x = 25 cm = 0,25 m):

$$u_M = 2\cos(\pi.0{,}25).\cos(10\pi t)$$
$$= \sqrt{2}\cos(10\pi t) \text{ (cm)}.$$

- Vận tốc dao động tại M là đạo hàm của $u_M$ theo t:

$$v = \frac{du_M}{dt} = -10\pi.\sqrt{2}\sin(10\pi t) \text{ (cm/s)}$$

- Vào lúc $t = \frac{1}{40}$ s

$$v = -10\pi.\sqrt{2}.\sin\left(10\pi.\frac{1}{40}\right)$$

$$= -10\pi\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4} = -10\pi \approx -31,4 \text{ (cm/s)}.$$

Đáp án: [A]

## DẠNG 6: TÌM SỐ NÚT – SỐ BỤNG SÓNG TRÊN MỘT ĐOẠN DÂY CÓ CHIỀU DÀI L

### *1. Hai đầu là hai nút*

$$l = n\frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

$$\begin{cases} \text{Số nút là } n + 1 \\ \text{Số bụng là } n \end{cases}$$

### *2. Hai đầu là hai bụng*

$$l = n.\frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

$$\begin{cases} \text{Số nút là } n \\ \text{Số bụng là } n + 1 \end{cases}$$

### *3. Một đầu là nút – một đầu là bụng*

$$l = m.\frac{\lambda}{4} \quad (m = 1, 3, 5, ...)$$

$$\text{Số bụng} = \text{Số nút} = \frac{m + 1}{2}$$

**Ví dụ 1:** Hai đầu của đoạn dây AB = 1,2 (m) được giữ cố định. Trên dây có sóng dừng xảy ra. Tần số dao động là 300 Hz và tốc độ truyền sóng trên dây là 240 m/s. Số nút và số bụng sóng quan sát được là:

| | |
|---|---|
| A. 3 nút – 2 bụng | B. 3 nút – 4 bụng |
| C. 5 nút – 4 bụng | D. 4 nút – 3 bụng. |

### *Giải*

Hai đầu cố định (2 đầu là 2 nút) nên:

$$l = n.\frac{\lambda}{2} = n.\frac{v}{2f} \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

$$\Rightarrow n = \frac{l.2f}{v}$$

với $\begin{cases} n \text{ là số bụng} \\ n + 1 \text{ là số nút} \end{cases}$

Thay số ta được: $n = \dfrac{1,2.2.300}{240} = 3$

Vậy có 3 bụng và 4 nút.

**Đáp án:** [D]

**Ví dụ 2:** Trên một đoạn dây có sóng dừng xảy ra. Tần số dao động là 400 Hz và tốc độ truyền sóng là 80 m/s. Từ A đến B trên đoạn dây có tất cả 5 bụng sóng với A và B là 2 bụng. Chiều dài AB bằng:

A. 50 cm B. 40 cm C. 45 cm D. 30 cm

### *Giải*

Hai đầu là 2 bụng sóng nên:

$$AB = l = n.\frac{\lambda}{2} = n.\frac{v}{2f} \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

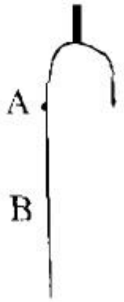
với $\begin{cases} n \text{ là số nút} \\ n + 1 \text{ là số bụng} = 5 \Rightarrow n = 4 \end{cases}$

Thay số: $l = 4.\dfrac{80}{2.400} = 0,4\ (m) = 40\ (cm)$

**Đáp án:** [B]

**Ví dụ 3:** Một đoạn dây AB dài 50 cm, đầu A treo vào một nhánh của âm thoa, còn đầu B để tự do như hình vẽ. Khi âm thoa rung với tần số 100 Hz thì trên dây có sóng dừng xảy ra và ta quan sát thấy 3 bụng sóng (đầu A dao động với biên độ nhỏ so với bụng sóng).

Tốc độ truyền sóng trên dây là:



A. 66,7 m/s B. 33,3 m/s C. 40 m/s D. 20 m/s

### *Giải*

Đầu A dao động với biên độ nhỏ nên coi như một nút, đầu B để tự do nên là bụng sóng, vậy:

$$l = m.\frac{\lambda}{4} = m.\frac{v}{4f} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{4.l.f}{m}$$

Với số nút = số bụng = $\dfrac{m + 1}{2} = 3$

$\Rightarrow m = 5$

Thay số: $v = \dfrac{4.0,5.100}{5} = 40\ (m/s)$

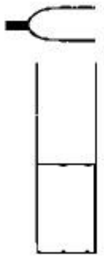
**Đáp án:** [C]

**Ví dụ 4:** Một ống nghiệm đặt thẳng đứng, phần dưới chứa nước có thể thay đổi độ cao, phần trên là cột không khí, sát trên miệng là một âm thoa dao động với tần số 502,5 (Hz) (hình vẽ).

Điều chỉnh mực nước sao cho chiều cao cột không khí là 50 cm thì ta lại nghe âm to nhất. Lúc đó trong cột không khí có sóng dừng xảy ra với nút tại mặt nước và bụng tại miệng ống. Biết tốc độ âm trong không khí khoảng từ 300 m/s đến 350 m/s

Số bụng sóng trong cột không khí (kể cả bụng sóng ở miệng ống) là:

A. 2 B. 1 C. 3 D. 4



*Giải*

Một đầu là nút, một đầu là bụng nên:

$$l = m.\frac{\lambda}{4}\ (m = 1, 2, 3, \ldots) = m.\frac{v}{4f}$$

$$\Rightarrow v = \frac{4l.f}{m} = \frac{4.502,5.0,5}{m} = \frac{1005}{m}\ (m/s)$$

$$300 \le v = \frac{1005}{m} \le 350$$

$$\frac{1005}{350} \le m \le \frac{1005}{300}$$

$$2,87 \le m \le 3,35 \rightarrow m = 3$$

Số bụng sóng là: $\frac{m+1}{2} = \frac{3+1}{2} = 2.$

Đáp án: [A]

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**11.1.** Chọn câu **đúng**

Sóng phản xạ:

A. có tần số và bước sóng nhỏ hơn sóng tới.

B. có tần số và bước sóng lớn hơn sóng tới

C. có cùng tần số và cùng bước sóng với sóng tới.

D. có cùng tần số nhưng bước sóng nhỏ hơn sóng tới.

**11.2.** Chọn câu **đúng**.

Khi phản xạ trên vật cản:

A. cố định, sóng phản xạ luôn luôn ngược pha với sóng tới tại điểm phản xạ.

B. cố định, sóng phản xạ luôn luôn cùng pha với sóng tới tại điểm phản xạ

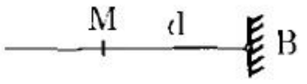
C. sóng phản xạ luôn luôn cùng pha với sóng tới tại điểm phản xạ.

D. sóng phản xạ luôn luôn ngược pha với sóng tới tại điểm phản xạ

**11.3.** Chọn câu **đúng**

Nếu biểu thức sóng tới tại B là $u_B = A\cos(\omega t)$ và bước sóng là $\lambda$ thì biểu thức sóng tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ tại M với OM = d như hình vẽ là.

A. $u = A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} - \frac{\pi}{2}\right).\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$



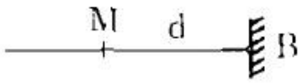
B. $u = 2A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\sin(\omega t)$

C. $u = A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} - \frac{\pi}{2}\right).\sin(\omega t)$

D. $u = 2A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right).\cos(\omega t)$

**11.4.** *Sóng truyền trên dây đàn hồi đến B cố định có bước sóng 30 cm với* biểu thức sóng tới tại B là $u_B = 2\cos(100\pi t)$ cm thì biểu thức sóng phản xạ tại M cách B 7,5 cm là:

A. $u'_M = 2\cos(100\pi t)$ (cm)



B. $u'_M = 2\cos\left(100t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

C. $u'_M = 2\cos\left(100t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

D. $u'_M = 2\cos(100\pi t + \pi)$ (cm).

**11.5.** Trên sợi dây có sóng dừng xảy ra. Khoảng cách từ đầu cố định đến một điểm nút là:

A. $d = K\lambda$ B. $d = (2K + 1)\lambda$

C. $d = (2K + 1)\frac{\lambda}{2}$ D. $d = K.\frac{\lambda}{2}$

(với K = 0, 1, 2, 3. . . )

**11.6.** Trên sợi dây có sóng dừng xảy ra. Khoảng cách từ đầu cố định đến điểm bụng là:

A. $d = (2K + 1)\frac{\lambda}{4}$ B. $d = (2K + 1).\frac{\lambda}{2}$

C. $d = K\lambda$ D. $d = K.\frac{\lambda}{2}$

**11.7.** Đối với sợi dây có hai đầu cố định, khi có sóng dừng xảy ra với n nút thì số bụng là:

A. n B. n + 1 C. n − 1 D. 2n − 1

**11.8.** Đối với sợi dây có một đầu cố định và một đầu tự do, khi có sóng dừng xảy ra, chiều dài $l$ của dây và bước sóng $\lambda$ liên hệ bởi hệ thức:

A. $l = n.\frac{\lambda}{2}$ với n = 1, 2, 3, .. B. $l = n.\frac{\lambda}{4}$ với n = 1, 2, 3, . .

C. $l = n.\frac{\lambda}{2}$ với n = 1, 3, 5, ... D. $l = n.\frac{\lambda}{4}$ với n = 1, 3, 5, ...

**11.9.** Đối với sợi dây có một đầu cố định và một đầu tự do, khi có sóng dừng xảy ra, chiều dài $l$ của dây và bước sóng $\lambda$ liên hệ bởi hệ thức $l = n\frac{\lambda}{4}$ với n = 1, 3, 5, ... thì trên dây có:

A. n bụng, n nút B. $\frac{n+1}{2}$ bụng; $\frac{n+1}{2}$ nút

C. 2n bụng; 2n − 1 nút D. 2n − 1 bụng; 2n nút.

**11.10.** Hiện tượng sóng dừng được ứng dụng để xác định:

A. biên độ sóng B. tốc độ truyền sóng

C. năng lượng truyền sóng D. chu kì sóng.

**11.11.** Chọn câu **sai**.

Khi có sóng dừng xảy ra trên dây thì:

A. ta không còn phân biệt được sóng tới và sóng phản xạ.

B. xuất hiện những điểm đứng yên cách đều nhau.

C. tất cả các điểm trên dây đều đứng yên.

D. khoảng cách hai nút bằng một số nguyên lần nửa bước sóng.

**11.12.** Sợi dây AB có đầu B tự do, trên đó có sóng truyền với bước sóng $\lambda$.

Biểu thức sóng tới tại B là $u_B = A\cos(\omega t)$

Biểu thức sóng phản xạ tại điểm M trên dây cách đầu B khoảng x là:

A. $u'_M = -A\cos(\omega t)$ B. $u'_M = A\cos\left(\omega t - \pi - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

C. $u'_M = A\cos\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ D. $u'_M = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$.

**11.13.** Sợi dây AB có đầu B cố định, trên đó có sóng truyền với tốc độ 6 m/s.

Biểu thức sóng tới tại B là $u_B = \sqrt{3}\cos(20\pi t)$ (cm)

Biểu thức sóng tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ (ở B) tại điểm M trên dây với BM = 10 cm là:

A. $u = -3\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm) B. $u = 2\sqrt{3}\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

C. $u = 2\sqrt{3}\cos(20\pi t)$ (cm) D. $u = 6\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm).

**11.14.** Biểu thức sóng dừng trên dây tại vị trí có tọa độ x cho bởi:

$u = 0{,}5\cos\left(5\pi x - \frac{\pi}{2}\right).\sin(25\pi t)$ (cm) trong đó x tính bằng cm, t tính bằng s.

Vị trí các điểm nút được xác định bởi:

A. $x = 2K$ (cm) B. $x = 0{,}2K$ (cm)

C. $x = 5K$ (cm) D. $x = 0{,}2\left(K - \frac{1}{2}\right)$ (cm).

(với K = 0, 1, 2, ...)

**11.15.** Trên dây AB có sóng dừng xảy ra. Biểu thức sóng dừng tại điểm có tọa độ x là:

$$u = 4\cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right).\sin(\omega t)\ \text{(mm)}$$

trong đó, x tính bằng cm

Hai điểm nào sau đây dao động với biên độ bằng nửa biên độ cực đại?

A. $x = \frac{1}{3}$ cm và $x = \frac{7}{6}$ cm B. $x = \frac{4}{3}$ cm và $x = \frac{5}{6}$ cm

C. $x = \frac{7}{6}$ cm và $x = \frac{11}{6}$ cm D. $x = \frac{9}{5}$ cm và $x = \frac{11}{6}$ cm.

**11.16.** Trên dây có sóng dừng xảy ra, li độ sóng tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ tại một điểm có tọa độ x cho bởi: $u = 6\cos(0{,}4\pi x).\cos(2\pi t)$ (mm) trong đó, x tính bằng cm, t tính bằng s

Vị trí các bụng sóng được xác định bởi:

A. $x = 2K$ (cm) B. $x = 2(K + 1)$ (cm)

C. $x = 2\left(K + \frac{1}{2}\right)$ (cm) D. $x = 2{,}5K$ (cm).

(với K = 0, 1, 2, ...)

**11.17.** Trên dây AB có sóng dừng xảy ra. M là một điểm trên dây cách đầu A khoảng d (tính bằng cm) có biểu thức li độ của sóng dừng là:

$$u = 1{,}5\sin\frac{\pi d}{16}\cos(500\pi t)\ \text{(cm)}$$

C là một điểm trên dây cách đầu A khoảng $l$ = 70 cm. Số nút đếm được từ A đến C là:

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

**11.18.** Biểu thức sóng tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ tại một điểm trên dây cho bởi.

$$u = a\cos\left(\frac{\pi x}{4} + \frac{\pi}{2}\right).\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

trong đó, x tính bằng cm, t tính bằng s

Bước sóng bằng.

A. 8 cm B. 4 cm C. 16 cm D. 12 cm.

**11.19.** Biểu thức sóng dừng trên dây tại tọa độ x vào lúc t cho bởi:

$u = a\cos(0{,}5\pi x).\cos(20\pi t)$ trong đó, x tính bằng m, t tính bằng s.

Tốc độ truyền sóng trên dây là:

A. 4 m/s B. 40 m/s C. 10 m/s D. 20 m/s

**11.20.** Phương trình độ dời của dây theo tọa độ x và thời gian t khi có sóng dừng truyền trên dây là:

$$u = 2\cos(K\pi.x).\cos(100\pi t)\ (\text{cm})$$

trong đó, K là hằng số dương, t tính bằng s.

Tốc độ truyền sóng là 20 m/s.

Giá trị của K là:

A. K = 5 (cm) B. $K = 5\ (\text{m}^{-1})$

C. K = 10 (m) D. $K = 20\ (\text{m}^{-1})$.

**11.21.** Biểu thức sóng dừng trên dây cho bởi:

$$u = a\cos(0{,}2\pi x).\cos(40\pi t)$$

với a là hằng số dương, x chỉ vị trí của một điểm trên dây tính bằng cm, t tính bằng s

Tại $x = \frac{5}{3}$ cm thì biên độ của sóng là 4 mm. Giá trị của a là:

A. 8 cm B. 4 cm C. 4 mm D. 8 mm

**11.22.** Biểu thức sóng tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ tại một điểm trên dây là:

$$u = 2\cos\left(3\pi x + \frac{\pi}{2}\right).\sin(5\pi t)\ (\text{cm})$$

trong đó, x chỉ vị trí dao động tại một điểm, t là thời gian.

Biểu thức vận tốc dao động tại một điểm trên dây là:

A. $v = 10\pi.\cos\left(3\pi x + \frac{\pi}{2}\right).\cos(5\pi t)\ (\text{cm/s})$

B. $v = -6\pi\sin\left(3\pi x + \frac{\pi}{2}\right).\sin(5\pi t)\ (\text{cm/s})$

C. $v = -30\pi^2\sin\left(3\pi x - \frac{\pi}{2}\right).\cos(5\pi t)$ (cm/s)

D. $v = -6\pi\sin(3\pi x).\cos(5\pi t)$ (cm/s).

**11.23.** Trên dây AB có sóng dừng xảy ra. Biểu thức sóng dừng tại một điểm cách đầu B khoảng x cho bởi:

$$u = \sqrt{2}\cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right).\sin(100\pi t)\ (\text{cm})$$

trong đó, x tính bằng mét, t tính bằng s.

Vận tốc dao động của điểm có x = 25 cm vào lúc $t = \frac{1}{300}$ s là:

A. 2,15 m/s B. –0,83 m/s C. –1,57 m/s D. 5,25 m/s

**11.24.** Đoạn dây AB dài $\frac{4}{3}$ m có hai đầu cố định, trên đó có sóng dừng xảy ra. Tốc độ truyền sóng trên dây là 400 m/s và tần số sóng là 600 Hz. Trên dây có:

A. 4 bụng – 5 nút B. 5 bụng – 4 nút

C. 5 bụng – 6 nút D. 6 bụng – 5 nút.

**11.25.** Đoạn dây AB dài 1,2 m có hai đầu A, B cố định. Trên dây có sóng dừng xảy ra với 6 nút sóng. Biết tần số sóng là 100 Hz.

Tốc độ truyền sóng trên dây là:

A. 40 m/s B. 48 m/s C. 24 m/s D. 96 m/s.

**11.26.** Trên sợi dây mảnh, đàn hồi có sóng dừng xảy ra với tần số sóng là 0,5 Hz, tốc độ truyền sóng là 25 cm/s. A, B là hai điểm trên dây cách nhau 1,125 m với A là nút sóng và B là bụng sóng

Từ A đến B có:

A. 5 nút – 4 bụng B. 5 bụng – 4 nút

C. 4 bụng – 4 nút D. 5 nút – 5 bụng.

**11.27.** Dây AB = 1 m có sóng dừng với đầu A là nút, B là bụng, trên dây có tất cả 3 bụng. Biết tần số sóng là 100 Hz.

Tốc độ truyền sóng trên dây là:

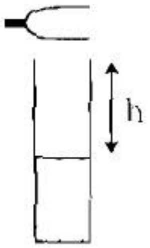
A. 133,3 m/s B. 266,7 m/s C. 80 m/s D. 160 m/s

**11.28.** Từ A đến B trên dây đang có sóng dừng ta quan sát được tất cả 3 bụng trong đó tại A và B là 2 bụng. Biết AB = 62,5 cm và tốc độ truyền sóng là 50 m/s.

Tần số sóng là:

A. 80 Hz B. 120 Hz C. 160 Hz D. 100 Hz

**11.29.** Cột không khí trong ống nghiệm có thể thay đổi độ cao nhờ thay đổi mực nước. Trên miệng ống có đặt âm thoa như hình vẽ. Âm thoa dao động, ta nghe được âm to nhất khi trong cột không khí có sóng dừng xảy ra mà tại miệng ống là bụng sóng và tại mặt nước là nút sóng.



Biết tần số dao động của âm thoa là 500 Hz, tốc độ truyền sóng trong không khí là 310 m/s. Chiều cao nhỏ nhất của cột không khí là:

A. 0,34 m B. 0,17 m C. 0,68 m D. 0,57 m.

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**11.1.** Đáp án: [C]

**11.2.** Đáp án: [A]

**11.3.** Đáp án: [B]

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

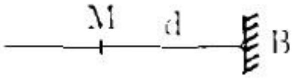
$$= 2A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right).\sin(\omega t)$$

**11.4.** Đáp án: [C]

Sóng phản xạ tại đầu cố định B:

$$u'_B = 2\cos(100\pi t + \pi)$$

Sóng phản xạ tại M:



$$u'_M = 2\cos\left(100\pi t + \pi - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

$$= 2\cos\left(100\pi t + \pi - \frac{2\pi.7,5}{30}\right) = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ (cm)$$

**11.5.** Đáp án: [D]

**11.6.** Đáp án: [A]

**11.7.** Đáp án: [C]

**11.8.** Đáp án: [D]

**11.9.** Đáp án: [B]

**11.10.** Đáp án: [B]

Khi có sóng dừng xảy ra trên dây ta đếm được số bụng sóng, tính được bước sóng $\lambda$.

Mặt khác biết được tần số rung f của đầu dây dao động (cũng là tần số sóng), ta suy ra tốc độ truyền sóng $v = \lambda.f$

**11.11.** Đáp án: [C]

Câu [C] sai vì: Khi có sóng dừng xảy ra thì trên dây xuất hiện những điểm đứng yên xen kẽ với những điểm dao động với biên độ khá lớn

**11.12.** Đáp án: [D]

Sóng phản xạ tại B cùng pha với sóng tới tại B nên:

$$u'_B = u_B = A\cos(\omega t)$$

Sóng phản xạ tại B truyền đến M nên:

$$u'_M = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

**11.13.** Đáp án: [A]

Có: $u = 2A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right).\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

$$\text{với}\ \begin{cases} A = \sqrt{3}\ (cm) \\ d = 10\ cm = 0,1\ (m) \\ T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20\pi} = 0,1\ (s) \\ \lambda = v.T = 6.0,1 = 0,6\ (m) \end{cases}$$

$$\text{Vậy}\quad u = 2\sqrt{3}\cos\left(\frac{2\pi.0,1}{0,6} + \frac{\pi}{2}\right).\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 2\sqrt{3}\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right).\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 2\sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right).\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -3\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ (cm)$$

**11.14.** Đáp án: [B]

Biên độ của sóng: $a = 2,5\cos\left(5\pi x + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(5\pi x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$

$$5\pi x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + K\pi$$

$$x = 0,2K\ (cm)$$

**11.15.** Đáp án: [C]

Biên độ sóng: $a = 4\left|\cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)\right|\ (mm)$

$$a_{max} = 4\ (mm)$$

$$a = \frac{1}{2}a_{max} \rightarrow \left|\cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)\right| = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \pi x + \frac{\pi}{2} = \pm\frac{\pi}{3} + K2\pi$$

$$\rightarrow x = \left[\begin{array}{l} -\frac{1}{6} + 2K \text{ (cm)} \\ -\frac{5}{6} + 2K \text{ (cm)} \end{array}\right.$$

Với K = 1, ta được: $x = \frac{11}{6}$ cm và $x = \frac{7}{6}$ (cm).

**11.16.** Đáp án: [D]

Biên độ sóng: $a = 6\,|\cos(0{,}4\pi x)|$

Bụng sóng ứng với a: max

$$\Leftrightarrow |\cos(0{,}4\pi x)| = 1$$

$$0{,}4\pi x = K\pi$$

$$x = 2{,}5K \text{ (cm)}$$

**11.17.** Đáp án: [C]

Biên độ: $a = 1{,}5\left|\sin\frac{\pi d}{16}\right|$ (cm)

Điểm nút ứng với a = 0

$$\rightarrow \sin\frac{\pi d}{16} = 0$$

$$\rightarrow \frac{\pi d}{16} = K\pi$$

$$\rightarrow d = 16K \text{ (cm) với } K = 0, 1, 2, \ldots$$

Theo đề: $0 \leq d = 16K \leq l = 70$ (cm)

$$0 \leq K \leq \frac{70}{16} = 4{,}375$$

Vậy K = 0, 1, 2, 3, 4 → có 5 điểm nút từ A → C.

**11.18.** Đáp án: [A]

So biểu thức đã cho với biểu thức sóng dừng có dạng tổng quát:

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right).\cos(\omega t - \beta)$$

thì $\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi x}{4} \rightarrow \frac{2}{\lambda} = \frac{1}{4}$

**11.19.** Đáp án: [B]

So biểu thức đã cho với biểu thức tổng quát

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \alpha\right).\cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \beta\right)$$

Ta được: $\frac{2\pi x}{\lambda} = 0,5\pi x \Rightarrow \lambda = 4$ (m)

$$\frac{2\pi}{T} = 20\pi \rightarrow T = 0,1 \text{ (s)}$$

Tốc độ truyền sóng: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{4}{0,1} = 40$ (m/s).

**11.20.** Đáp án: [B]

So biểu thức đã cho với biểu thức tổng quát:

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right).\cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \beta\right)$$

Ta được: $\frac{2\pi}{T} = 100\pi \Rightarrow T = 0,02$ (s)

$$\rightarrow \lambda = v.T = 20.0,02 = 0,4 \text{ (m)}$$

và $\frac{2\pi}{\lambda} = K\pi$

$$\Rightarrow K = \frac{2}{\lambda} = \frac{2}{0,4m} = 5m^{-1}$$

**11.21.** Đáp án: [D]

Biên độ của sóng: $A = a|(\cos(0,2\pi x)|$

Tại $x = \frac{5}{3}$ cm thì $A = a\left|\cos\left(0,2\pi.\frac{3}{5}\right)\right| = 4$ (mm)

$$a\left|\cos\frac{\pi}{3}\right| = 4 \text{ (mm)}$$

$$a = 8 \text{ (mm)}$$

**11.22.** Đáp án: [A]

Vận tốc dao động tại một điểm trên dây là đạo hàm của li độ u theo t:

$$v = \frac{du}{dt} = 10\pi\cos\left(3\pi x + \frac{\pi}{2}\right).\cos(5\pi t) \text{ (cm/s)}$$

**11.23.** Đáp án: [C]

Biểu thức vận tốc dao động:

$$v = \frac{du}{dt} = \sqrt{2}.\cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)[100\pi\cos(100\pi t)] \text{ (cm/s)}$$

$$= 100\sqrt{2}\,\pi\cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right).\cos(100\pi t) \text{ (cm/s)}$$

Với x = 25 cm = 0,25 m và t = $\frac{1}{300}$ s thì:

$$v = 100\sqrt{2}\,\pi\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right).\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 100\sqrt{2}\,\pi\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\frac{1}{2}$$

$$= -50\pi = -157\ (\text{cm/s}) = -1{,}57\ (\text{m/s})$$

**11.24.** Đáp án: [A]

Bước sóng $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{400}{600} = \frac{2}{3}\ m$

Hai đầu dây cố định (2 nút) nên chiều dài dây $l = n.\frac{\lambda}{2}$

với n là số bụng

$$\Rightarrow n = \frac{2l}{\lambda} = \frac{2.\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = 4\ (\text{bụng})$$

Số nút: $n + 1 = 5$ (nút)

**11.25.** Đáp án: [B]

Hai đầu là 2 nút nên: $l = n\frac{\lambda}{2} = n.\frac{v}{2f}$

$$\Rightarrow v = \frac{2.l.f}{n}$$

với *n* là *số* bụng = 6 − 1 = 5

Vậy $v = \frac{2.1{,}2.100}{5} = 48\ (\text{m/s})$.

**11.26.** Đáp án: [D]

Một đầu là bụng, một đầu là nút nên: $l = m.\frac{\lambda}{4} = m\frac{v}{4f}$

$$\Rightarrow m = \frac{4lf}{v} = \frac{4.112{,}5.0{,}5}{25} = 9$$

Số bụng = số nút = $\frac{m+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$

Vậy *có* 5 *nút* và 5 bụng

**11.27.** Đáp án: [C]

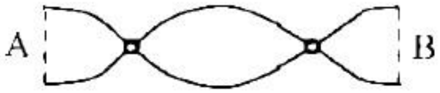
Mà số bụng = $\frac{m + 1}{2} = 3 \rightarrow m = 5$

Vậy $v = \frac{4.1.100}{5} = 80$ (m/s)

**11.28.** Đáp án: [A]

Hai đầu là 2 bụng nên: $l = n.\frac{\lambda}{2} = n.\frac{v}{2f}$

$\Rightarrow f = \frac{nv}{2l}$



với n là số nút = 3 − 1 = 2

Vậy $f = \frac{2.50}{2.0,625} = 80$ (Hz)

**11.29.** Đáp án [B]

Cột không khí có chiều cao nhỏ nhất là:

$$h_{min} = \frac{\lambda}{4} = \frac{v}{4f} = \frac{340}{4.500} = 0,17 \text{ (m)}.$$

## 12. GIAO THOA SÓNG

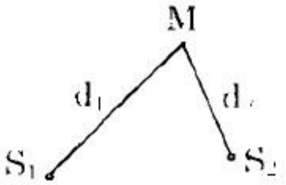
## TÓM TẮT LÍ THUYẾT

**1. Sự giao thoa của hai sóng**

Cho hai nguồn $S_1$, $S_2$ dao động giống nhau: $u_1 = u_2 = A\cos\omega t$

*a) Độ lệch pha của hai dao động tại M:*

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$$



*b) Biên độ dao động tổng hợp tại M:*

$$A_M = 2A\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right|$$

*c)* • *Biên độ dao động tổng hợp tại M đạt cực đại khi:*

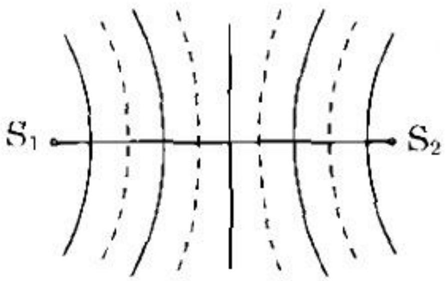
$$d_2 - d_1 = k\lambda \text{ với } k = 0; \pm1; ...$$

• Biên độ dao động tổng hợp tại M đạt cực tiểu khi:

$$d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \text{ với } k = 0; \pm1; ...$$

*d)* • Các điểm M dao động với biên độ cực đại có quĩ tích là một họ đường hypebol nhận $S_1$, $S_2$ làm tiêu điểm và một đường trung trực của $S_1S_2$ (vẽ liền nét).

- Các điểm M dao động với biên độ cực tiểu có quỉ tích là một họ đường hypebol (vẽ đứt nét) xen kẽ với các đường cực đại.



*e) Phương trình dao động tổng hợp tại M:*

$$u = 2A\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\cos\left(\omega t - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right)$$

*f) Hai nguồn dao động có cùng tần số* và có độ lệch pha không đổi theo thời gian gọi là hai nguồn kết hợp. Hai sóng do hai nguồn kết hợp tạo ra gọi là hai sóng kết hợp.

*g) Định nghĩa sự giao thoa của sóng:*

Hiện tượng hai sóng kết hợp khi gặp nhau tại những điểm xác định, luôn luôn hoặc tăng cường nhau hoặc làm yếu nhau gọi là sự giao thoa của sóng.

**2. Điều kiện để có hiện tượng giao thoa**

Điều kiện để có hiện tượng giao thoa là hai sóng phải xuất phát từ hai nguồn dao động có cùng tần số, cùng phương dao động và có độ lệch pha không đổi theo thời gian.

**3. Ứng dụng**

Một quá trình gây ra hiện tượng giao thoa cho ta kết luận đó là quá trình sóng.

**4. Sự nhiễu xạ của sóng**

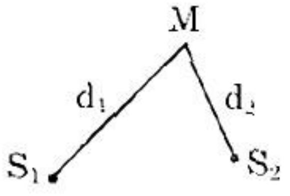
Hiện tượng sóng khi gặp vật cản thì đi lệch khỏi phương truyền thẳng của sóng và đi vòng qua vật cản gọi là sự nhiễu xạ của sóng.

## BÀI TẬP CƠ BẢN

### DẠNG 1: ĐỘ LỆCH PHA CỦA HAI SÓNG TRUYỀN ĐẾN MỘT ĐIỂM

Nếu hai nguồn $S_1$, $S_2$ dao động cùng pha thì độ lệch pha của hai dao động đến M là:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$$



**Ví dụ 1:** Tại hai điểm $S_1$, $S_2$ trên mặt nước có hai nguồn dao động với phương trình: $u_1 = u_2 = A\cos 2\pi t$

M là một điểm trên mặt nước cách $S_1$, $S_2$ lần lượt $d_1 = 7,5$ cm và $d_2 = 10$ cm.

Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 20 cm/s

Độ lệch pha của hai dao động khi truyền đến M là:

A. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ B. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$ C. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}$ D. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{6}$.

***Giải***

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \text{ (s)}$$

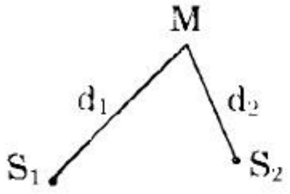
$$\lambda = v\,T = 20.1 = 20 \text{ (cm)}$$

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = 2\pi.\frac{10 - 7,5}{20} = \frac{\pi}{4}$$

Đáp án: [C]

**Ví dụ 2:** Tại hai điểm $S_1$, $S_2$ trên mặt nước có hai dao động ngược pha:

$$\begin{cases} u_1 = A\cos 5\pi t \\ u_2 = A\cos(5\pi t + \pi) \end{cases}$$



M là một điểm trên mặt nước cách $S_1$, $S_2$ lần lượt $d_1 = 12$ cm, $d_2 = 16$ cm. Biết tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 25 cm/s

Độ lệch pha của hai dao động tại M do hai sóng truyền đến là:

A. $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{5}$ B. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$ C. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{6}$ D. $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

***Giải***

Phương trình dao động tại M do nguồn $S_1$ truyền tới:

$$u_{1M} = A_1\cos\left(5\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$$

và do nguồn $S_2$ truyền tới:

$$u_{2M} = A_2\cos\left(5\pi t + \pi - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)$$

Độ lệch pha của hai dao động tại M:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \pi$$

với $\begin{cases} T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{5\pi} = 0,4\ (s) \\ \lambda = v.T = 25.0,4 = 10\ (cm) \end{cases}$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{10}(16 - 12) - \pi = -0,2\pi = -\frac{\pi}{5}.$$

## DẠNG 2: BIÊN ĐỘ DAO ĐỘNG TỔNG HỢP TẠI MỘT ĐIỂM DO HAI SÓNG TRUYỀN TỚI

Hai sóng cùng truyền tới điểm M hai dao động cùng biên độ A thì biên độ sóng tổng hợp tại M là:

$$A_M = 2A\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right|$$

**Ví dụ 1:** Tại $S_1$, $S_2$ trên mặt chất lỏng ta tạo ra hai dao động điều hòa giống nhau với phương trình: $u_1 = u_2 = 2\cos 100\pi t$ (cm)

Cho rằng sóng truyền đi với biên độ không đổi và bước sóng là 12 cm. M là một điểm trên mặt chất lỏng ấy cách $S_1$, $S_2$ lần lượt $d_1 = 14$ cm, $d_2 = 16$ cm.

Biên độ sóng tổng hợp tại M do hai sóng truyền tới là:

A. $\sqrt{3}$ cm B. $2\sqrt{3}$ cm C. 2 cm D. 4 cm.

***Giải***

Độ lệch pha của hai sóng tại M:

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = 2\pi\frac{16 - 14}{12} = \frac{\pi}{3}$$

Biên độ sóng tổng hợp tại M:

$$A_M = 2A\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right| = 2.2\left|\cos\frac{\pi}{6}\right| = 2\sqrt{3}\ (cm)$$

Đáp án: [B]

**Ví dụ 2:** Tại $S_1$, $S_2$ trên mặt nước có hai nguồn kết hợp với phương trình dao động: $u_1 = \sqrt{2}\cos 20\pi t$ (cm)

$u_2 = \sqrt{2}\cos(20\pi t - \pi)$ (cm)

Biết rằng sóng truyền đi với tốc độ 2 m/s và biên độ sóng không đổi. Biên độ sóng tổng hợp do hai sóng truyền tới M trên mặt nước cách $S_1$ 18 cm và cách $S_2$ 13 cm là:

A. $\sqrt{2}$ cm B. 1 cm C. $2\sqrt{2}$ cm D. 2 cm

***Giải***

Hai phương trình dao động tại M do hai sóng truyền tới là:

$$u_{1M} = \sqrt{2}\cos\left(20\pi t - 2\pi\frac{d_1}{\lambda}\right)$$

$$u_{2M} = \sqrt{2}\cos\left(20\pi t + \pi - 2\pi\frac{d_2}{\lambda}\right)$$

Độ lệch pha của hai sóng tại M:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi d_1}{\lambda} - \left(\pi - 2\pi\frac{d_2}{\lambda}\right)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) + \pi$$

với $\begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20\pi} = 0{,}1 \text{ (s)} \\ \lambda = v.T = 2.0{,}1 = 0{,}2 \text{ (m)} = 20 \text{ (cm)} \end{cases}$

nên $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{20}(13 - 18) + \pi = \frac{\pi}{2}$

Biên độ sóng tổng hợp:

$$A_M = 2A\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right| = 2.\sqrt{2}\left|\cos\frac{\pi}{4}\right| = 2 \text{ (cm)}$$

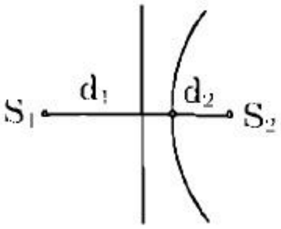
Đáp án: [D]

## DẠNG 3: TÌM SỐ CỰC ĐẠI VÀ CỰC TIỂU GIAO THOA

- Vị trí cực đại giao thoa cho bởi

$$d_1 - d_2 = k\lambda \quad (\text{với } k = 0; \pm 1; \ldots)$$

- Số điểm cực đại giao thoa trên đoạn nối 2 nguồn $S_1S_2$ được xác định bởi số giá trị k cho bởi:



$$\begin{cases} d_1 - d_2 = k.\lambda \\ d_1 + d_2 = S_1S_2 = l \end{cases}$$

$$\Rightarrow d_1 = k.\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2}$$

với $0 \le d_1 = k\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2} \le l$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{l}{\lambda} \le k \le \frac{l}{\lambda}}$$

- Vị trí cực tiểu giao thoa cho bởi:

$$d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad \text{với } k = 0; \pm 1; \ldots$$

- Số điểm cực tiểu giao thoa trên đoạn $O_1O_2$ được xác định bởi số giá trị k cho bởi:

$$\begin{cases} d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \\ d_1 + d_2 = l \end{cases} \Rightarrow d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2}$$

Với $0 \le d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2} \le l$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2} \le k \le \frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2}}$$

**Ví dụ 1:** Tại hai điểm $O_1$, $O_2$ trên mặt chất lỏng cách nhau 8 cm có hai nguồn kết hợp cùng phương trình dao động là: $u_1 = u_2 = a\cos 20\pi t$

Tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30 cm/s.

Số điểm dao động cực đại trên đường nối hai nguồn $O_1O_2$ là:

A. 5 B. 4 C. 6 D. 7

### *Giải*

Vị trí điểm dao động cực đại trên đường nối $O_1O_2$ được xác định bởi:

$$\begin{cases} d_1 - d_2 = k\lambda \\ d_1 + d_2 = l \end{cases} \Rightarrow d_1 = k\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2}$$

$$0 \le d_1 = k\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2} \le l$$

$$-\frac{l}{\lambda} \le k \le \frac{l}{\lambda} \qquad (*)$$

với $\begin{cases} T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{20\pi} = 0{,}1\ (s) \\ \lambda = v.T = 30.0{,}1 = 3\ (cm) \end{cases}$ $(*) \Rightarrow -\frac{8}{3} \le k < \frac{8}{3}$

**k = −1; −2; 0; 1; 2 (5 điểm)**

Đáp án: [A]

**Ví dụ 2:** Tại hai điểm $O_1$, $O_2$ trên mặt chất lỏng cách nhau 11 cm, có hai nguồn kết hợp dao động với tần số 5 Hz, tốc độ truyền sóng là 20 cm/s.

Số điểm dao động cực tiểu trên đường nối $O_1O_2$ là:

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

### *Giải*

Vị trí các điểm dao động cực tiểu trên $O_1O_2$ được xác định:

$$\begin{cases} d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \\ d_1 + d_2 = l \end{cases} \quad \text{với } k = 0; \pm 1; \ldots$$

$$\Rightarrow d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2}$$

với $0 < d_1 \le l$ nên $-\frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2} < k \le \frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2}$

Ta có $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{5} = 4$ (cm)

Vậy $-\frac{11}{4} - \frac{1}{2} \le k \le \frac{11}{4} - \frac{1}{2}$

$-3{,}25 \le k < 2{,}25$

$k = -3; -2; -1; 0; 1; 2$ (6 giá trị k)

Có 6 điểm dao động cực tiểu

Đáp án: [B]

**Ví dụ 3:**

Tại $S_1$, $S_2$ trên mặt nước ta tạo ra 2 dao động điều hòa, cùng phương, cùng tần số và ngược pha: $\begin{cases} u_1 = A\cos(\omega t) \\ u_2 = A\cos(\omega t + \pi) \end{cases}$

Sóng truyền đi với bước sóng λ

M là một điểm trên mặt nước dao động cực đại có hiệu khoang cách đến 2 nguồn thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A. $d_1 - d_2 = k\lambda$

B. $d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$

C. $d_1 - d_2 = k.\frac{\lambda}{2}$

D. $d_1 - d_2 = 2k\lambda$.

(với $k = 0; \pm 1; \pm 2; \ldots$)

### *Giải*

Độ lệch pha tại một điểm M do 2 sóng phát ra từ 2 nguồn dao động ngược pha truyền tới là: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) - \pi$.

Biên độ dao động tại M đạt cực đại thì $\Delta\varphi = 2k\pi$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) - \pi = 2k\pi \Rightarrow d_1 - d_2 = (k + \frac{1}{2})\lambda$$

Đáp án: [B].

**Ví dụ 4:**

Trên mặt nước có 2 nguồn dao động kết hợp ngược pha, tần số dao động 20 Hz, tốc độ truyền sóng 30 cm/s. M là một điểm trên mặt nước dao động với biên độ cực tiểu thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A. $d_1 - d_2 = 2k$ (cm)

B. $d_1 - d_2 = \frac{1}{2}k$ (cm)

C. $d_1 - d_2 = 3k$ (cm)

D. $d_1 - d_2 = 1{,}5k$ (cm)

(với $k = 0; \pm 1; \pm 2; \ldots$)

### *Giải*

Độ lệch pha của hai dao động tại M do 2 nguồn sóng truyền tới:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) - \pi$$

M dao động với biên độ cực tiểu ứng với $\Delta\varphi = (2k - 1)\pi$:

$$\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) - \pi = (2k - 1)\pi$$

$$\Rightarrow \boxed{d_1 - d_2 = k\lambda}\ (k = 0; \pm1; \ldots)$$

với $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{30}{20} = 1,5$ (cm)

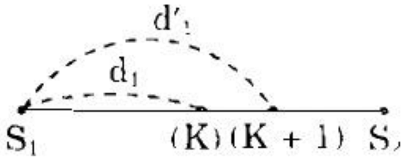
Vậy $d_1 - d_2 = 1,5k$ (cm)

Đáp án: [D].

## DẠNG 4: KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐIỂM DAO ĐỘNG CỰC ĐẠI (HAY CỰC TIỂU) LIÊN TIẾP TRÊN ĐƯỜNG NỐI HAI NGUỒN DAO ĐỘNG

Vị trí điểm dao động cực đại thứ k.

$$d_1 = k.\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2}$$



– Vị trí điểm dao động cực đại thứ k + 1

$$d'_1 = (k + 1)\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2}$$

– Khoảng cách 2 điểm liên tiếp:

$$\boxed{i = d'_1 - d_1 = \frac{\lambda}{2}}$$

**Ví dụ 1:** Trong thí nghiệm tạo vân giao thoa trên mặt nước, hai nguồn dao động kết hợp cùng pha với tần số 50 Hz, tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 0,6 m/s. Khoảng cách hai điểm dao động cực tiểu liên tiếp trên đường nối hai nguồn dao động là:

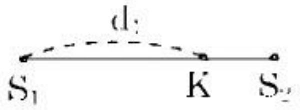
A. 1,2 cm B. 0,6 cm C. 0,3 cm D. 0,9 cm

### *Giải*

Điểm dao động cực tiểu trên $S_1S_2$ cho bởi:

$$\begin{cases} d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \\ d_1 + d_2 = S_1S_2 = l \end{cases} \Rightarrow d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right).\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2}$$

Tương tự, vị trí điểm dao động cực tiểu thứ k + 1:



$$d'_1 = \left(k + 1 + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2}$$

Khoảng cách 2 điểm kế tiếp:

$$i = d'_1 - d_1 = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} = \frac{60}{2.50} = 0,6 \text{ (cm)}$$

Đáp án: [B]

**Ví dụ 2:** Trên mặt nước đang có các vân giao thoa ta đếm được có tất cả 7 đường chứa các điểm dao động với biên độ cực đại. Khoảng cách giữa hai đỉnh của hai đường nằm ngoài cùng là 3 cm. Biết hai nguồn cùng dao động với tần số 20 Hz

Tốc độ truyền sóng là:

A. 20 cm/s B. 10 m/s C. 5 cm/s D. 40 cm/s.

### *Giải*

Giữa 7 đường có 6 khoảng cách vân i nên:

$$i = \frac{3}{6} = 0,5 \text{ (cm)}$$

với $i = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} \Rightarrow v = 2.i.f = 2.0,5.20 = 20$ (cm/s)

Đáp án: [A]

## DẠNG 5: PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG TỔNG HỢP CỦA HAI SÓNG KẾT HỢP

Nếu phương trình dao động của 2 nguồn là:

$$u_1 = u_2 = A\cos\omega t$$

thì phương trình dao động tổng hợp:

$$u = 2A\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}\cos\left(\omega t - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right)$$

**Ví dụ:** Tại hai điểm $O_1O_2$ trên mặt chất lỏng có hai nguồn kết hợp với phương trình dao động là:

$$u_1 = u_2 = 2\cos 10\pi t \text{ (cm)}$$

Tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 20 cm/s

Gọi M là một điểm trên mặt chất lỏng cách $O_1O_2$ lần lượt $d_1 = 14$ cm và $d_2 = 15$ cm

Phương trình dao động tổng hợp tại M là:

A. $u = 2\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm) B. $u = 2\sqrt{2}\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (cm)

C. $u = 2\sqrt{2}\cos\left(10\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)$ (cm) D. $u = 2\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (cm).

### *Giải*

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2\ (s)$$

$$\lambda = v.T = 20.0,2 = 4\ (cm)$$

$$u = 2A\cos\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}.\cos\left(\omega t - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right)$$

$$= 2.2.\cos\pi\frac{15 - 14}{4}.\cos\left(10\pi t - \pi\frac{15 - 14}{4}\right)$$

$$= 4\cos\frac{\pi}{4}.\cos\left(10\pi t - \frac{29\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}\cos\left(10\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)\ (cm)$$

Đáp án: [C]

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**12.1.** Chọn câu **đúng**.

Hai nguồn kết hợp có:

A. cùng biên độ và cùng pha ban đầu.

B. cùng tần số và cùng biên độ.

C. cùng chu kì và có độ lệch pha không đổi theo thời gian.

D. cùng biên độ và có độ lệch pha không đổi theo thời gian.

**12.2.** Điều kiện để có hiện tượng giao thoa là hai sóng phải xuất phát từ hai nguồn dao động có:

A. cùng tần số và cùng phương dao động.

B. cùng tần số, cùng phương dao động và có độ lệch pha không đổi theo thời gian

C. cùng tần số, cùng phương dao động và cùng biên độ

D. cùng tần số, cùng biên độ và có độ lệch pha không đổi theo thời gian.

**12.3.** Giao thoa là hiện tượng đặc trưng của:

A. dao động điều hòa

B. dao động cưỡng bức

C. dao động tắt dần

D. sóng

**12.4.** Biên độ dao động tổng hợp tại điểm M do hai sóng truyền tới cho bởi công thức:

A. $A_M = 2A\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right|$

B. $A_M = 2A\cos\frac{\Delta\varphi}{2}$

C. $A_M = A\left|\cos 2\Delta\varphi\right|$

D. $A_M = 2A\left|\cos\Delta\varphi\right|$

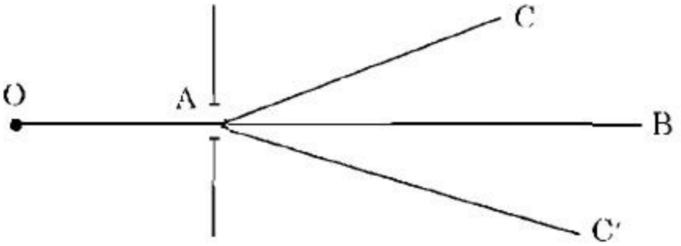
**12.5.** Khi một sóng mặt nước phát ra từ nguồn O gặp một khe hở ở A có kích thước nhỏ hơn bước sóng (hình vẽ), sau khi qua khe:

A. sóng tiếp tục truyền theo phương AB (OAB là đường thẳng)

B. sóng truyền lệch về 2 phía (phương AC và AC')

C. sóng vẫn có dạng hình tròn tâm O

D. sóng có dạng hình tròn tâm A



**12.6.** Nếu hiệu số pha $\Delta\varphi$ của hai nguồn luôn biến đổi thì hai sóng do hai nguồn này lúc gặp nhau:

A. ta quan sát được các vân giao thoa

B. ta không quan sát được các vân giao thoa vì vị trí của các điểm có biên độ dao động cực đại hay cực tiểu luôn thay đổi.

C. ta không quan sát được các vân giao thoa vì chúng không tạo ra các điểm dao động với biên độ cực đại hoặc cực tiểu.

D. ta không quan sát được các vân giao thoa vì tất cả các điểm đều đứng yên.

**12.7.** Hai nguồn tạo ra trên mặt nước các gợn lồi và gợn lõm là các vòng tròn có hai tâm là hai nguồn. Chọn câu **sai**.

A. Chỗ gợn lồi gặp gợn lồi là điểm dao động với biên độ cực đại

B. Chỗ gợn lồi gặp gợn lõm là điểm dao động với biên độ cực tiểu.

C. Chỗ gợn lõm hoặc gợn lồi là điểm dao động với biên độ cực tiểu

D. Chỗ gợn lõm hoặc gợn lồi là điểm dao động với biên độ cực đại

**12.8.** Hai nguồn kết hợp dao động cùng pha, hiệu khoảng cách từ hai nguồn đến điểm dao động với biên độ cực đại là hệ thức nào sau đây?

A. $d_2 - d_1 = k.\lambda$ B. $d_2 - d_1 = k\dfrac{\lambda}{2}$

C. $d_2 - d_1 = \left(k + \dfrac{1}{2}\right).\lambda$ D. $d_2 - d_1 = 2k\lambda$.

(với $k = 0; \pm 1; \pm 2; \ldots$)

**12.9.** Hai nguồn kết hợp dao động ngược pha, hiệu khoảng cách từ hai nguồn đến điểm dao động với biên độ cực tiểu là hệ thức nào sau đây?

A. $d_2 - d_1 = \left(k + \dfrac{1}{2}\right)\lambda$ B. $d_2 - d_1 = k.\lambda$

C. $d_2 - d_1 = k.\dfrac{\lambda}{2}$ D. $d_2 - d_1 = 2k\lambda$.

(với $k = 0; \pm 1; \pm 2; \ldots$)

**12.10.** Tại hai điểm $S_1$, $S_2$ trên mặt nước ta tạo ra hai dao động điều hòa cùng phương thẳng đứng, cùng tần số 10 Hz và cùng pha. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 25 cm/s. M là một điểm trên mặt nước cách $S_1$, $S_2$ lần lượt 11 cm và 12 cm.

Độ lệch pha của hai sóng truyền đến M là:

A. $\frac{\pi}{2}$  B. $\frac{\pi}{6}$  C. $0,8\pi$  D. $0,2\pi$

**12.11.** Tại 2 điểm $O_1$, $O_2$ trên mặt chất lỏng có 2 nguồn cùng dao động theo phương thẳng đứng với phương trình:

$$u_1 = u_2 = 2\cos 10\pi t \text{ (cm)}$$

Tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30 cm. Hiệu khoảng cách từ 2 nguồn $O_1$, $O_2$ đến điểm M trên mặt chất lỏng là 2 cm. Cho rằng biên độ sóng không đổi trong quá trình truyền sóng.

Biên độ sóng tổng hợp tại M là:

A. $2\sqrt{2}$ cm  B. 4 cm  C. $\sqrt{2}$ cm  D. 2 cm

**12.12.** Hai điểm $O_1$, $O_2$ trên mặt chất lỏng dao động điều hòa ngược pha với chu kì $\frac{1}{3}$ s. Biên độ 1 cm. Tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 27 cm/s.

M là một điểm trên mặt chất lỏng cách $O_1$, $O_2$ lần lượt 9 cm và 10,5 cm. Cho rằng biên độ sóng không đổi trong quá trình truyền sóng.

Biên độ sóng tổng hợp tại M là:

A. 1 cm  B. 0,5 cm  C. 2 cm  D. $\sqrt{2}$ cm.

**12.13.** Trên mặt nước có hai nguồn kết hợp dao động với phương trình:

$$u_1 = u_2 = \sqrt{2}\cos 20\pi t \text{ (cm)}$$

Sóng truyền với tốc độ 20 cm/s và cho rằng biên độ sóng không đổi trong quá trình truyền sóng.

M là một điểm cách hai nguồn lần lượt 10 cm và 12,5 cm. Phương trình sóng tổng hợp tại M là:

A. $u = 2\cos 20\pi t$ (cm)  B. $u = -2\cos\left(20\pi t + \frac{3\pi}{4}\right)$ (cm)

C. $u = -\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)  D. $u = \sqrt{2}\cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (cm).

**12.14.** Trên mặt chất lỏng có điểm M cách hai nguồn kết hợp dao động cùng pha $O_1$, $O_2$ lần lượt 21 cm và 15 cm. Tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 15 cm/s, chu kì dao động của nguồn là 0,4 s. Nếu qui ước đường trung trực của $O_1O_2$ là vân giao thoa số 0 thì điểm M sẽ nằm trên vân giao thoa cực đại hay cực tiểu và là vân số mấy?

A. vân cực đại số 2  B. vân cực tiểu số 2

C. vân cực đại số 1  D. vân cực tiểu số 1

**12.15.** Trên mặt thoáng một chất lỏng có hai nguồn kết hợp A và B cách nhau 20 cm với phương trình dao động.

$$u_A = u_B = \sin 100\pi t \text{ (cm)}$$

Tốc độ truyền sóng là 4 m/s. Coi biên độ sóng không đổi trong quá trình truyền sóng.

Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp tại trung điểm O của AB là

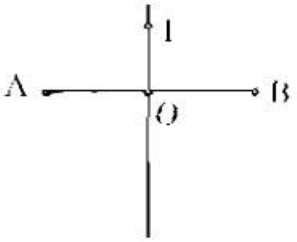
A. $2\sqrt{2}$ cm và $\frac{\pi}{4}$ B. 2 cm và $-\frac{\pi}{2}$

C. $\sqrt{2}$ cm và $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ và $\frac{\pi}{3}$.

**12.16.** Trên mặt thoáng của chất lỏng có hai nguồn kết hợp A và B cách nhau 20 cm với phương trình dao động:

$$u_A = u_B = \cos\omega t \text{ (cm)}$$

Bước sóng $\lambda = 8$ cm. Biên độ sóng không đổi. Gọi I là một điểm trên đường trung trực của AB dao động cùng pha với các nguồn A, B và gần trung điểm O của AB nhất (Hình vẽ). Khoảng cách OI đo được là



A. 0 B. $\sqrt{156}$ cm C. $\sqrt{125}$ cm D. 15 cm.

**12.17.** Hai nguồn sóng kết hợp A và B trên mặt nước giống hệt nhau. Khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp do mỗi nguồn tạo ra là 2 cm. Khoảng cách giữa hai nguồn sóng là 9,2 cm.

Số vân giao thoa cực đại quan sát được giữa hai nguồn A, B là

A. 11 B. 7 C. 8 D. 9

**12.18.** Trên mặt nước có hai nguồn kết hợp cùng pha $S_1$, $S_2$ cách nhau 10,75 cm phát ra hai sóng cùng phương trình với tần số góc $\omega = 20$ rad/s.

Tốc độ truyền sóng là 3,18 cm/s và coi biên độ sóng không đổi. Lấy $\frac{1}{\pi} = 0,318$.

Số điểm dao động cực tiểu trên $S_1S_2$ là

A. 18 B. 20 C. 22 D. 16

**12.19.** Khoảng cách giữa hai vân giao thoa cực đại liên tiếp dọc theo đường nối hai nguồn sóng là

A. $\lambda$ B. $2\lambda$ C. $\frac{\lambda}{2}$ D. $\frac{\lambda}{4}$

**12.20.** Trên đường nối hai nguồn dao động kết hợp trên mặt nước, giữa hai đỉnh của hai vân cực đại giao thoa có 3 vân cực đại giao thoa nữa và khoảng cách giữa hai đỉnh này là 5 cm. Biết tần số dao động của nguồn là 9 Hz.

Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là

A. 22,5 cm/s B. 15 cm/s C. 25 cm/s D. 20 cm/s.

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**12.1.** Đáp án: [C]. **12.2.** Đáp án: [B]. **12.3.** Đáp án: [D].

**12.4.** Đáp án: [A]. **12.5.** Đáp án: [D]. **12.6.** Đáp án: [B].

**12.7.** Đáp án: [C]. **12.8.** Đáp án: [A].

**12.9.** Đáp án: [B].

Cho $\begin{cases} u_1 = A\cos\omega t \\ u_2 = A\cos(\omega t - \pi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_{1M} = A\cos\left(\omega t - 2\pi.\frac{d_1}{\lambda}\right) \\ u_{2M} = A\cos\left(\omega t - \pi.\frac{d_2}{\lambda}\right) \end{cases}$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) + \pi$$

Điểm M dao động với biên độ cực tiểu thì:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) + \pi = (2k + 1)\pi$$

$$\Rightarrow d_2 - d_1 = K.\lambda$$

**12.10.** Đáp án: [C]

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{25}{10} = 2,5\ (cm)$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = \frac{2\pi}{2,5}(12 - 11) = 0,8\pi.$$

**12.11.** Đáp án: [D]

Ta có $\begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2\ (s) \\ \lambda = v.T = 30.0,2 = 6\ (cm) \\ d_2 - d_1 = 2\ cm \end{cases}$

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = 2\pi.\frac{2}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$A_M = 2A\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right| = 2.2\left|\cos\frac{\pi}{3}\right| = 2\ (cm)$$

**12.12.** Đáp án: [A]

Hai nguồn dao động ngược pha nên độ lệch pha của 2 dao động tại M là:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) + \pi$$

với $\lambda = v.T = 27.\frac{1}{3} = 9\ (cm)$

nên $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{9}(10{,}5 - 9) + \pi = \frac{4\pi}{3}$

Biên độ dao động tổng hợp tại M:

$$A_M = 2A\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right| = 2.1\left|\cos\frac{2\pi}{3}\right| = 1 \text{ (cm)}$$

**12.13.** Đáp án: [B]

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20\pi} = 0{,}1 \text{ (s)}$$

$$\lambda = v.T = 20.0{,}1 = 2 \text{ (cm)}$$

$$u_M = 2A\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}.\cos(20\pi t - \pi.\frac{d_1 + d_2}{\lambda})$$

$$= 2.\sqrt{2}\cos\frac{2{,}5\pi}{2}.\cos(20\pi t - \frac{22{,}5\pi}{2})$$

$$= -2\cos(20\pi t + \frac{3\pi}{4}) \text{ (cm)}$$

**12.14.** Đáp án: [C]

$$\lambda = v.T = 15.0{,}4 = 6 \text{ (cm)}$$

Ta có $\frac{d_1 - d_2}{\lambda} = \frac{15 - 21}{6} = -1$

hay $d_2 - d_1 = -1.\lambda$

Vậy M nằm trên vân cực đại giao thoa với k = −1 tức vân cực đại số 1 (đường trung trực của $O_1O_2$ ứng với k = 0).

**12.15.** Đáp án: [B]

Ta có: $U_{(O)} = 2A\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}.\cos\left(100\pi t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda}\right)$

với $\begin{cases} d_2 - d_1 = 0 \\ d_1 + d_2 = AB = 20 \text{ (cm)} \end{cases}$

và $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{400}{50} = 8 \text{ (cm)}$

Vậy: $U_{(O)} = 2.1.\cos 0.\cos\left(100\pi t - \frac{20\pi}{8}\right)$

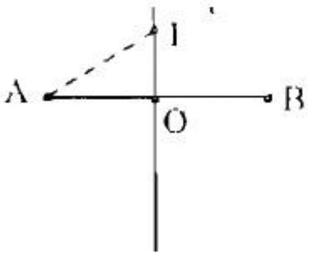
$$= 2\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$$

nên: A = 2 cm và $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

**12.16.** Đáp án: [B]

Phương trình dao động tại I:

$$u_I = 2A\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda}.\cos\left(\omega t - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right)$$



với $\begin{cases} d_2 - d_1 = 0 \\ d_2 + d_1 = 2d_1 \\ A = 1\text{ cm} \\ \lambda = 8\text{ cm} \end{cases}$

ta được: $u_I = 2\cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{8}\right)$

Điểm I dao động cùng pha với A và B nên:

$$\Delta\varphi = \varphi_I - \varphi_A = \frac{2\pi d_1}{8} - 0 = 2K\pi$$

$\Rightarrow d_1 = 8K$ (cm)

với $d_1 = AI = 8K > AO = 10$ (cm)

$\rightarrow K > 1{,}25$

$K_{min} = 2$

Nên $d_{1(min)} = 8.2 = 16$ (cm)

Mà: $OI = \sqrt{d_1^2 - OA^2}$

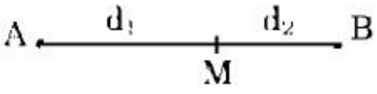
$OI_{min} = \sqrt{16^2 - 10^2} = \sqrt{156}$ (cm)

**12.17.** Đáp án: [D]

Khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp là λ. Vậy:

$\lambda = 2$ cm

Điểm M dao động cực đại trên AB thỏa mãn:



$\begin{cases} d_1 - d_2 = K\lambda = 2K \text{ (cm)} \\ d_1 + d_2 = AB = 9{,}2 \text{ (cm)} \end{cases}$

$d_1 = K + 4{,}6$ (cm)

với $0 \le d_1 = K + 4{,}6 \le 9{,}2$

$-4{,}6 \le K \le 4{,}6$: 9 giá trị K

Vậy có 9 vân cực đại giao thoa giữa A, B.

**12.18.** Đáp án: [C]

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10} \text{ (s)}$$

$$\lambda = v.T = 3{,}18.\frac{\pi}{10} = \frac{10}{\pi}.\frac{\pi}{10} = 1 \text{ (cm)}$$

Vị trí điểm M dao động cực tiểu trên $S_1S_2$ thỏa

$$\begin{cases} d_1 - d_2 = \left(K + \frac{1}{2}\right)\lambda = K + \frac{1}{2} \text{ (cm)} \\ d_1 + d_2 = S_1S_2 = 10{,}75 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{K}{2} + 5{,}625 \text{ (cm)}$$

Với $0 \le d_1 = \frac{K}{2} + 5{,}625 \le 10{,}75$

$$-11{,}25 \le K \le 10{,}25$$

Vậy $K = -11, \ldots, 10$: có 22 giá trị K nên trên $S_1S_2$ có 22 điểm đứng yên.

**12.19.** Đáp án: [C]

Vị trí điểm dao động cực đại trên đường nối hai nguồn sóng là:

$$\begin{cases} d_1 - d_2 = K\lambda \\ d_1 + d_2 = l \end{cases} \text{ (khoảng cách 2 nguồn)}$$

$$\Rightarrow d_1 = K.\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2}$$

Khoảng cách 2 điểm cực đại liên tiếp:

$$i = (K+1)\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2} - \left(K\frac{\lambda}{2} + \frac{l}{2}\right) = \frac{\lambda}{2}$$

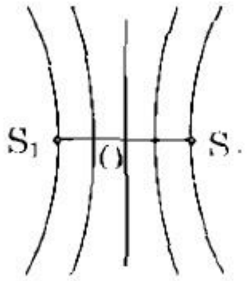
**12.20.** Đáp án: [A]

Hai đỉnh $S_1$, $S_2$ cách nhau 4 khoảng vân i với $i = \frac{\lambda}{2}$ nên:

$$4.\frac{\lambda}{2} = 5$$

$$2.\frac{v}{f} = 5$$

$$\Rightarrow v = 2{,}5f = 2{,}5.9 = 22{,}5 \text{ (cm/s)}.$$



# 13. SÓNG ÂM – NGUỒN NHẠC ÂM

## TÓM TẮT LÍ THUYẾT

### I. Nguồn gốc của âm và cảm giác âm

- Nguồn gốc của âm là do các vật dao động.
- Cảm giác về âm phụ thuộc vào nguồn âm và tai người nghe.
- Sóng âm là những sóng cơ truyền trong các môi trường khí, lỏng, rắn.
- Trong chất khí và lỏng, sóng âm là sóng dọc. Trong chất rắn sóng âm gồm cả sóng ngang và sóng dọc.

### II. Nhạc âm và tạp âm

- Nhạc âm là những dao động âm biến thiên tuần hoàn có tần số xác định.
- Tạp âm là những dao động âm không biến thiên tuần hoàn, không có tần số xác định.

### III. Những đặc trưng của âm

*a) Độ cao của âm*

- Âm càng cao tần số càng lớn
- Tai con người nghe được âm từ 16 Hz → 20000 Hz.

Với $f > 20000$ Hz gọi là siêu âm

$f < 16$ Hz gọi là hạ âm

*b) Âm sắc*

- Âm sắc là một đặc trưng sinh lí của âm giúp ta phân biệt âm do các nguồn khác nhau phát ra.
- Âm sắc khác nhau khi dạng đồ thị dao động của âm khác nhau.

*c) Độ to của âm – Cường độ âm – Mức cường độ âm*

- Cường độ âm được xác định là năng lượng được sóng âm truyền qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với phương truyền sóng trong một đơn vị thời gian.

Đơn vị cường độ âm là W/m$^2$.

- Cường độ âm càng lớn, ta nghe âm càng to. Tuy nhiên độ to không tỉ lệ với cường độ âm.
- Mức cường độ âm đơn vị là Ben (B) cho bởi

$$L_{(B)} = lg\frac{I}{I_0}$$

I là cường độ âm; $I_0$ là cường độ âm chuẩn:

Nếu dùng đơn vị đêxiben (dB) thì:

$$I_{(dB)} = 10lg\frac{I}{I_0}$$

### IV. Nguồn nhạc âm

*a) Dây đàn hai đầu cố định*

Tần số dây đàn: $f = \frac{nv}{2l}$ (n = 1, 2, 3, ...)

n = 1: âm phát ra là âm cơ bản

n = 2, 3,... âm phát ra là các họa âm bậc 2, 3,...

trong đó: $v = \sqrt{\frac{\mathcal{T}}{\mu}}$

$\mathcal{T}$ là lực căng   $\mu$ là mật độ dài

*b) Ống sáo*

Tần số của ống sáo: $f = \frac{mv}{4l}$ (m = 1, 3, 5,...)

m = 1: âm phát ra là âm cơ bản

m = 3, 5, ... âm phát ra là các họa âm bậc 3, 5, ...

### V. Hộp cộng hưởng

- Đặt âm thoa trên một hộp gỗ rồi gõ vào âm thoa thì âm phát ra có cường độ âm tăng lên so với khi không có hộp.
- Hộp đó gọi là hộp cộng hưởng và đó là hiện tượng cộng hưởng âm
- Hộp đàn là một hộp cộng hưởng.

## BÀI TẬP CƠ BẢN

### DẠNG 1: CƯỜNG ĐỘ ÂM TẠI MỘT ĐIỂM

$$I = \frac{W}{S.t}$$

W là năng lượng âm truyền qua diện tích S đặt vuông góc với phương truyền trong thời gian t.

Đơn vị I là W/m²

**Ví dụ 1:** Một sóng âm có dạng hình cầu được phát ra từ nguồn âm có công suất 3,14 W. Biết rằng năng lượng âm phát ra truyền đi đều theo mọi hướng và bảo toàn. Cường độ âm tại một điểm cách nguồn 1 m là

A. 0,50 W/m²  B. 0,25 W/m²

C. 0,75 W/m²  D. 1,25 W/m²

### *Giải*

Cường độ âm: $I = \frac{W}{S.t}$

Nếu xét toàn bộ mặt cầu thì $S = 4\pi R^2$. W là năng lượng âm truyền qua mặt cầu trong thời gian t và cũng là năng lượng âm do nguồn phát ra trong thời gian đó nên:

$\frac{W}{t} = P$: công suất nguồn âm

Vậy: $I = \frac{P}{4\pi R^2} = \frac{3,14}{4\pi 1^2} = 0,25$ (W/m²)

Đáp án: [B].

**Ví dụ 2:** Một nguồn âm phát ra sóng âm hình cầu truyền đi giống nhau theo mọi hướng và năng lượng âm được bảo toàn. Lúc đầu ta đứng cách nguồn âm một khoảng d, sau đó ta đi lại gần nguồn thêm 10 *m* thì cường độ âm nghe được tăng lên gấp 4 lần.

Khoảng cách d là

A. 160 m B. 80m C. 40 m D. 20 m.

### *Giải*

Ở vị trí đầu: $I = \frac{P}{4\pi d^2}$ (1)

Ở vị trí sau: $I' = \frac{P}{4\pi(d-10)^2}$ (2)

$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow 4 = \left(\frac{d}{d-10}\right)^2 \Rightarrow \frac{d}{d-10} = 2$

$\Rightarrow d = 20$ (m): Đáp án: [D].

### DẠNG 2: MỨC CƯỜNG ĐỘ ÂM

$$L_{(B)} = lg\frac{I}{I_0}$$

$$L_{(dB)} = 10lg\frac{I}{I_0}$$

với I là cường độ âm tại một điểm

$I_0$ là cường độ âm chuẩn

**Ví dụ 1:** Mức cường độ âm tại điểm A là 90 dB. Biết cường độ âm chuẩn là $10^{-12}$ W/m². Cường độ âm tại A là

A. 10 W/m² B. 0,1 W/m² C. 0,01 W/m² D. $10^{-4}$ W/m².

### *Giải*

$$L_{(dB)} = 10lg\frac{I}{I_0}$$

$$90 = 10lg\frac{I}{I_0}$$

$$lg\frac{I}{I_0} = 9 = lg10^9$$

$$\frac{I}{I_0} = 10^9$$

$$I = 10^9 \cdot 10^{-12} = 10^{-3}\ W/m^2.$$

**Đáp án:** [A].

**Ví dụ 2:** Mức cường độ âm tăng thêm 30 dB thì cường độ âm tăng lên gấp

A. 30 lần B. $10^3$ lần C. 90 lần D. $10^6$ lần.

### *Giải*

Ta có: $L_2 - L_1 = 30$ dB

$$10lg\frac{I_2}{I_0} - 10lg\frac{I_1}{I_0} = 30$$

$$lg\frac{I_2}{I_0} - lg\frac{I_1}{I_0} = 3$$

$$lg\frac{I_2}{I_1} = 3 = lg10^3$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^3$$

Cường độ âm tăng lên $10^3$ lần.

**Đáp án:** [B].

## DẠNG 3: TẦN SỐ DO DÂY ĐÀN PHÁT RA

Tần số: $f = \frac{nv}{2l}$ (n = 1, 2, 3, ...)

- v là tốc độ truyền sóng $= \sqrt{\frac{\mathcal{T}}{\mu}}$

  Với $\mathcal{T}$ là lực căng, $\mu$ là mật độ dài

- $l$ chiều dài dây đàn
- n = 1 → $f = \frac{v}{2l}$ : tần số âm cơ bản
- n = 2, 3,... ứng với tần số các họa âm bậc 2, bậc 3, ...

**Ví dụ 1:** Một dây đàn dài 15 cm khi gảy phát ra âm cơ bản với tốc độ truyền sóng trên dây là 300 m/s. Tốc độ truyền âm trong không khí là 340 m/s. Bước sóng của âm phát ra trong không khí là

A. 0,50 m B. 1,24 m C. 0,34 m D. 0,68 m.

### *Giải*

Tần số âm cơ bản:

$$f = \frac{v}{2l} = \frac{300}{2.0,15} = 1000\ (\text{Hz})$$

Bước sóng âm: $\lambda = \frac{v_0}{f} = \frac{340}{1000} = 0,34\ (\text{m})$

Đáp án: [C].

**Ví dụ 2:** Một dây đàn dao động phát ra âm cơ bản có bước sóng trong không khí là $\lambda$. Cũng với dây đàn đó nhưng để phát ra âm cơ bản có bước sóng $\frac{\lambda}{2}$ thì sức căng dây phải

A. giảm 2 lần B. tăng 2 lần

C. giảm 4 lần D. tăng 4 lần.

### *Giải*

- Với dây đàn có sức căng $\mathcal{T}$ thì tốc độ truyền sóng trên dây là $v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$.

Tần số âm cơ bản: $f = \frac{v}{2l}$

Bước sóng âm trong không khí:

$$\lambda = \frac{v_0}{f} = \frac{v_0}{v}.2l \qquad (1)$$

($v_0$ là tốc độ âm trong không khí)

- Với dây đàn trên nhưng sức căng $\mathcal{T}'$ thì:

$$v' = \sqrt{\frac{\tau'}{\mu}}$$

Bước sóng âm phát ra:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{2} = \frac{v_0}{v'}.2l \qquad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow 2 = \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{\tau'}{\tau}} \Rightarrow \mathcal{T}' = 4\mathcal{T}$$

Vậy sức căng tăng lên 4 lần: Đáp án. [D].

## DẠNG 4: TẦN SỐ DO ỐNG SÁO PHÁT RA

Tần số: $f = \frac{m.v}{4l}$ (m = 1, 3, 5,...)

- $m = 1 \rightarrow f = \frac{v}{4l}$: tần số âm cơ bản
- m = 3, 5,... ứng với tần số các họa âm bậc 3, bậc 5,...

***Chú ý:*** Số nút và số bụng của sóng dừng trong ống sáo được xác định như sau:

Số nút = số bụng = $\frac{m+1}{2}$

**Ví dụ:** Một ống sáo dài 50 cm. Tốc độ truyền sóng trong ống là 330 m/s. Ống sáo này khi phát ra họa âm có 2 bụng sóng thì tần số họa âm đó là

A. 495 Hz B. 165 Hz C. 330 Hz D. 660 Hz.

***Giải***

Với họa âm có 2 bụng ứng với bậc m cho bởi:

$$\frac{m+1}{2} = 2 \Rightarrow m = 3$$

Tần số họa âm bậc 3:

$$f = 3.\frac{v}{4l} = 3.\frac{330}{4.0,5} = 495 \text{ (Hz)}$$

Đáp án: [A].

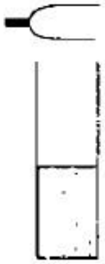
## DẠNG 5: HIỆN TƯỢNG CỘNG HƯỞNG ÂM

- Hộp cộng hưởng là một vật rỗng, một đầu kín, một đầu hở có kích thước thích hợp thì âm phát ra sẽ giữ nguyên độ cao của nguồn âm nhưng cường độ âm tăng lên rõ rệt.
- Tần số riêng của hộp cộng hưởng:

$$f_0 = \frac{mv}{4l} \text{ (m = 1, 3, 5....)}$$

- Nếu tần số f của nguồn dao động gần bằng tần số riêng $f_0$ của hộp thì có cộng hưởng âm

**Ví dụ 1:** Một ống thủy tinh dựng đứng, đầu dưới kín, đầu trên hở, chứa nước. Thay đổi cột nước làm cho chiều cao cột không khí trong ống có thể thay đổi trong khoảng từ 45 cm đến 85 cm. Một âm thoa dao động trên miệng ống với tần số 680 Hz (Hình vẽ). Biết tốc độ âm trong không khí là 340 m/s.



Lúc có cộng hưởng âm trong cột không khí thì chiều dài cột không khí là

A. 56,5 cm

B. 48,8 cm

C. 75,0 cm

D. 62,5 cm.

### *Giải*

Cột không khí coi như hộp cộng hưởng có tần số riêng:

$$f_0 = \frac{mv}{4l} \quad (m = 1, 3, 5,...)$$

Lúc có cộng hưởng âm thì:

$$f = f_0 = \frac{mv}{4l}$$

$$\Rightarrow l = \frac{mv}{4f} = \frac{m.340}{1680} = \frac{m}{8} \text{ (mét) } (*)$$

Với: $0,45 \le l < 0,85$

$$0,45 \le \frac{m}{8} < 0,85$$

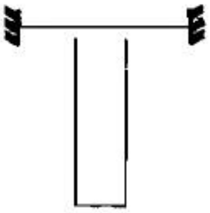
$$3,6 < m < 6,8$$

Vậy: m = 5 (chú ý: m = 1, 3, 5, 7...)

$$(*) \Rightarrow l = \frac{5}{8} = 0,625 \text{ (m)} = 62,5 \text{ (cm)}$$

Đáp án: [D].

**Ví dụ 2:** Một ống dài 0,5 m có một đầu kín, một đầu hở, trong có không khí. Tốc độ truyền âm trong không khí là 340 m/s. Tại miệng ống có căng ngang một dây dài 2 m. Cho dây dao động nó phát ra âm cơ bản, đồng thời xảy ra hiện tượng cộng hưởng âm với ống và âm do ống phát ra cũng là âm cơ bản.



Tốc độ sóng âm trên dây là

A. 550 m/s B. 680 m/s C. 1020 m/s D. 1540 m/s.

### *Giải*

Ống được coi như hộp cộng hưởng có tần số riêng.

$$f_0 = \frac{v_{kk}}{4l} = \frac{340}{4.0,5} = 170 \text{ (Hz)}$$

Dây là nguồn âm phát ra âm có tần số

$$f = \frac{v}{2L} = \frac{v}{2.2} = \frac{v}{4}$$

Khi có cộng hưởng âm:

$$f_0 = f$$

$$170 = \frac{v}{4}$$

$\Rightarrow v = 680$ (m/s). Đáp án [B]

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**13.1.** Cảm giác về âm phụ thuộc vào

A. nguồn âm và môi trường truyền

B. tai người nghe và môi trường truyền

C. nguồn âm và tai người nghe

D. nguồn âm – môi trường truyền và tai người nghe.

**13.2.** Tốc độ truyền âm phụ thuộc vào

A. tần số của âm và khối lượng riêng của môi trường

B. bản chất của âm và khối lượng riêng của môi trường

C. tính đàn hồi của môi trường và bản chất nguồn âm

D. tính đàn hồi và khối lượng riêng của môi trường

**13.3.** Chọn câu **đúng**

A. Trong chất khí sóng âm là sóng dọc vì trong chất này lực đàn hồi chỉ xuất hiện khi có biến dạng nén, giãn

B. Trong chất lỏng sóng âm là sóng dọc vì trong chất này lực đàn hồi chỉ xuất hiện khi có biến dạng lệch

C. Trong chất rắn sóng âm chỉ có sóng ngang vì trong chất này lực đàn hồi xuất hiện khi có biến dạng lệch

D. Trong chất lỏng và chất rắn, sóng âm gồm cả sóng ngang và sóng dọc vì lực đàn hồi xuất hiện khi có biến dạng lệch và biến dạng nén, giãn

**13.4.** Chọn câu **sai**

A. Nguồn âm là các vật dao động

B. Sóng âm là những sóng cơ truyền trong các môi trường khí, lỏng, rắn và gây được cảm giác âm cho người nghe

C. Tốc độ truyền âm trong chất rắn lớn hơn trong chất lỏng và trong chất lỏng lớn hơn trong chất khí

D. Muốn cho dễ khảo sát bằng thực nghiệm ta chuyển dao động âm thành dao động điện.

**13.5.** Chọn câu **sai**

A. Sóng âm có cùng tần số với nguồn âm

B. Sóng âm không truyền được trong chân không

C. Đồ thị dao động của nhạc âm là những đường sin tuần hoàn có tần số xác định.

D. Đồ thị dao động của tạp âm là những đường cong không tuần hoàn, không có tần số xác định.

**13.6.** Chọn câu **đúng**

Đặc trưng vật lí của âm bao gồm:

A. tần số, cường độ âm, mức cường độ âm và đồ thị dao động của âm

B. tần số, cường độ âm, mức cương độ âm và biên độ dao động của âm

C. Cường độ âm, mức cường độ âm, đồ thị dao động và biên độ dao động của âm

D. tần số, cường độ âm, mức cường độ âm, đồ thị dao động và biên độ dao động của âm.

**13.7.** Chọn câu **đúng**

Độ cao của âm là một đặc trưng sinh lí của âm liên quan với

A. biên độ dao động của âm B. tần số của âm

C. cường độ âm D. mức cường độ âm.

**13.8.** Tai con người cảm nhận được âm có tần số trong khoảng từ

A. 16 Hz đến 2000 Hz B. 56 Hz đến 2000 Hz

C. 56 Hz đến 40000 Hz D. 16 Hz đến 20000 Hz.

**13.9.** Chọn câu **đúng**

Đơn vị cường độ âm là

A. Jun trên mét vuông B. Oát trên giây

C. Oát trên mét vuông D. Jun trên giây

**13.10.** Chọn câu **đúng**

Hai âm có âm sắc khác nhau thì hai âm đó phải khác nhau về

A. tần số B. dạng đồ thị dao động

C. cường độ âm D. mức cường độ âm.

**13.11.** Chọn câu **đúng**

Mức cường độ âm là một đặc trưng vật lí của âm gây ra đặc trưng sinh lí nào của âm sau đây?

A. Độ to B. Độ cao

C. Âm sắc D. Không có.

**13.12.** Chọn câu **sai**

Hai tiếng đàn ghi–ta và vi–ô–lông có thể giống nhau về

A. tần số　　B. Cường độ âm

C. mức cường độ âm　　D. đồ thị dao động.

**13.13.** Chọn câu **đúng**

Với tần số từ 1000 Hz đến 1500 Hz thì giới hạn nghe của tai con người

A. từ $10^{-12}$ dB đến 10 dB　　B. từ 0 dB đến 130 dB

C. từ 0 dB đến 13 dB　　D. từ 13 dB đến 130 dB.

**13.14.** Chọn câu **đúng**

Cảm giác nghe âm "to" hay "nhỏ" không những phụ thuộc vào cường độ âm mà còn phụ thuộc vào

A. biên độ dao động của âm　　B. mức cường độ âm

C. tần số của âm　　D. dạng đồ thị của âm.

**13.15.** Chọn câu **đúng**

Khi cường độ âm tăng lên $10^n$ lần thì mức cường độ âm

A. tăng thêm 10n dB　　B. tăng thêm $10^n$ dB

C. tăng lên n lần　　D. tăng lên 10n lần.

**13.16.** Tần số do dây đàn (có hai đầu cố định) phát ra là

A. $f = \frac{nv}{4l}$ (n = 1, 2, 3,...)　　B. $f = \frac{nv}{2l}$ (n = 1, 2, 3,...)

C. $f = \frac{nv}{4l}$ (n = 1, 3, 5,...)　　D. $f = \frac{nv}{l}$ (n = 1, 2, 3,...).

**13.17.** Họa âm bậc 3 của dây đàn có

A. 3 bụng – 2 nút　　B. 3 bụng – 3 nút

C. 3 bụng – 4 nút　　D. 2 bụng – 3 nút.

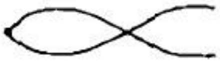
**13.18.** Tần số do ống sáo phát ra là

A. $f = \frac{nv}{2l}$ (n = 1, 2, 3,...)　　B. $f = \frac{nv}{l}$ (n = 1, 2, 3,...)

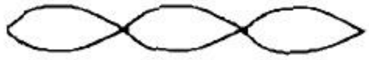
C. $f = \frac{nv}{4l}$ (n = 1, 2, 3,...)　　D. $f = \frac{nv}{4l}$ (n = 1, 3, 5,...).

**13.19.** Hình vẽ nào sau đây là họa âm bậc 3 của ống sáo?

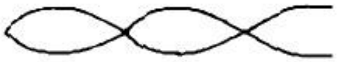
A.



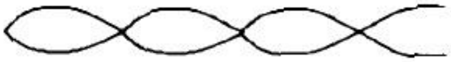
B.



C.



D.



**13.20.** Chọn câu **đúng**

Chiều dài ống sáo càng lớn thì âm phát ra

A. càng cao B. càng trầm

C. càng to D. càng nhỏ.

**13.21.** Chọn câu **sai**

Hộp đàn

A. có tác dụng như hộp cộng hưởng

B. làm cho âm phát ra to hơn

C. làm cho âm phát ra cao hơn

D. làm cho âm phát ra có một âm sắc riêng

**13.22.** Âm mạnh nhất mà tai con người có thể nghe được có mức cường độ âm là 13 B. Vậy đối với cường độ âm chuẩn thì cường độ âm mạnh nhất lớn gấp

A. 13 lần B. 19,95 lần C. 130 lần D. $10^{13}$ lần.

**13.23.** Tiếng ồn ngoài phố có cường độ âm lớn gấp $10^2$ lần tiếng nói chuyện ở nhà. Biết tiếng ồn ngoài phố là 80 dB thì tiếng nói chuyện ở nhà là

A. 40 dB B. 20 dB C. 1 dB D. 60 dB

**13.24.** Tiếng la 70 dB có cường độ âm lớn gấp bao nhiêu lần tiếng nói thường 20 dB?

A. 3,5 lần B. 50 lần C. $10^5$ lần D. 5 lần.

**13.25.** Một nguồn âm phát âm theo mọi hướng giống nhau và môi trường không hấp thu âm. Để cường độ âm nhận được tại một điểm giảm đi 4 lần so với vị trí trước thì khoảng cách phải

A. tăng lên 2 lần B. giảm đi 2 lần

C. tăng lên 4 lần D. giảm đi 4 lần.

**13.26.** Tại điểm A cách nguồn âm đẳng hướng 10 m có mức cường độ âm là 24 dB. Lấy $lg2 \approx 0,3$. Tại B có mức cường độ âm là 30 dB thì B cách nguồn

A. 12,5 m B. 8 m C. 5 m D. 20 m.

**13.27.** Tại một nơi cách nguồn âm đẳng hướng 100 m mức cường độ âm là 30 dB thì tại nơi mà mức cường độ âm bằng không cách nguồn

A. ∞ B. 3162 m C. 0 D. 2812 m

**13.28.** Dây đàn dài 50 m phát ra âm cơ bản có tần số 500 hz. Biết mật độ dài của dây đàn là 20 g/m. Sức căng dây đàn là

A. 10 N B. $5.10^6$ N C. $10^4$ N D. 5000 N.

**13.29.** Một dây đàn phát ra âm cơ bản có tần số 500 Hz. Khi trên sợi dây đàn này hình thành sóng dừng khác có 4 nút thì phát ra âm có tần số

A. 1500 Hz B. 2000 Hz C. 2500 Hz D. 1000 Hz

**13.30.** Một ống sáo dài 85 cm. Biết tốc độ truyền âm trong không khí là 340 m/s. Khi trong ống sáo có họa âm có 3 bụng sóng thì tần số âm phát ra là

A. 300 Hz B. 400 Hz C. 500 Hz D. 1000 Hz.

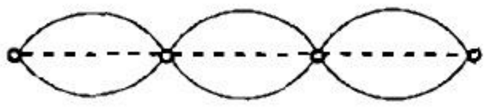
**13.31.** Một ống rỗng dựng đứng, đầu dưới kín, đầu trên hở, dài 50 cm. Tốc độ truyền sóng trong không khí là 340 m/s. Âm thoa đặt ngang miệng ống dao động với tần số không quá 400 Hz.

Lúc có hiện tượng cộng hưởng âm xảy ra trong ống thì tần số dao động của âm thoa là

A. 340 Hz B. 170 Hz C. 85 Hz D. 510 Hz.

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**13.1.** Đáp án: [C].
**13.2.** Đáp án: [D].
**13.3.** Đáp án: [A].
**13.4.** Đáp án: [B].
**13.5.** Đáp án: [C].
**13.6.** Đáp án: [A].
**13.7.** Đáp án: [B].
**13.8.** Đáp án: [D].
**13.9.** Đáp án: [C].
**13.10.** Đáp án: [B].
**13.11.** Đáp án: [A].
**13.12.** Đáp án: [D].
**13.13.** Đáp án: [B].
**13.14.** Đáp án: [C].
**13.15.** Đáp án: [A].
**13.16.** Đáp án: [B].
**13.17.** Đáp án: [C].



Họa âm bậc 3 của dây đàn

**13.18.** Đáp án: [D].
**13.19.** Đáp án: [A].
**13.20.** Đáp án: [B].
**13.21.** Đáp án: [C].
**13.22.** Đáp án: [D].

Mức cường độ âm (tính bằng đơn vị B):

$$L_{(B)} = lg\frac{I}{I_0} = 13 = lg10^{13} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{13}.$$

**13.23.** Đáp án: [A].

Áp dụng phát biểu: Khi cường độ âm tăng lên $10^n$ lần thì mức cường độ cộng thêm n.10 (dB)

(Trang 95 – SGK.12 nâng cao)

Vậy theo đề cường độ âm tăng lên $10^4$ lần nên mức cường độ âm cộng thêm 4.10 = 40 (dB), do đó:

$$L_1 = L_2 + 40 \text{ (dB)}$$
$$80 = L_2 + 40 \Rightarrow L_2 = 40 \text{ (dB)}$$

**13.24.** Đáp án: [C]

Theo đề: Mức cường độ âm tăng thêm:

$$70 - 20 = 50\ (dB) = 5.10\ (dB)$$

nên cường độ âm tăng lên $10^5$ lần.

**13.25.** Đáp án: [A].

Cường độ âm tại một điểm ban đầu:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi R_1^2} \quad \text{(Dạng 1)}$$

Và tại điểm sau:

$$I_2 = \frac{P}{4\pi R_2^2}$$

Lập tỉ số: $\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \rightarrow R_2 = 2R_1$: tăng 2 lần.

**13.26.** Đáp án: [C].

$$\begin{cases} L_A = 10lg\frac{I_A}{I_0} = 24 \\ L_B = 10lg\frac{I_B}{I_0} = 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 10lg\frac{I_B}{I_0} - 10lg\frac{I_A}{I_0} = 6$$

$$lg\frac{I_B}{I_A} = 0,6\ (1)$$

mà $\begin{cases} I_B = \frac{P}{4\pi r_B^2} \\ I_A = \frac{P}{4\pi r_A^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \quad (2)$

(1) và (2) cho: $lg\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = 0,6$

**13.27.** Đáp án: [B]

$$\begin{cases} L_1 = 10lg\dfrac{I_1}{I_0} = 30\text{ dB} \\ L_2 = 10lg\dfrac{I_2}{I_0} = 0 \end{cases} \rightarrow 10lg\frac{I_1}{I_0} - 10lg\frac{I_2}{I_0} = 30$$

$$lg\frac{I_1}{I_2} = 3 = lg10^3 \quad \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 10^3 = 1000$$

mà $\dfrac{I_1}{I_2} = \left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)^2$

nên: $\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)^2 = 1000 \rightarrow r_2 = r_1\sqrt{1000} = 100\sqrt{1000} \approx$ **3162 (m).**

**13.28.** Đáp án: [D]

$$f = \frac{v}{2l} \quad \rightarrow v = 2fl = 2.500.0,5 = 500\ (m/s)$$

và: $v = \sqrt{\dfrac{\mathcal{T}}{\mu}} \quad \rightarrow \mathcal{T} = \mu.v^2 = 0,02.(500)^2 = 5000\ (N).$

**13.29.** Đáp án: [A]

Âm cơ bản có tần số: $f_1 = \dfrac{v}{2l} = 500\ (Hz)$

Sóng dừng trên dây có 4 nút ứng với họa âm bậc 3 nên tần số là:

$$f_3 = 3.\frac{v}{2l} = 3.500 = 1500\ (Hz)$$

**13.30.** Đáp án: [C]

Họa âm có 3 bụng sóng là họa âm bậc 5 nên tần số là

$$f = 5.\frac{v}{2l} = 5.\frac{340}{4.0,85} = 500\ (Hz)$$

**13.31.** Đáp án: [B]

Lúc có hiện tượng cộng hưởng âm xảy ra thì tần số dao động của âm thoa gần bằng tần số riêng của ống:

$$f = f_0 = \frac{mv}{4l} = \frac{m.340}{4.0,5} = 170\ m \text{ (với } m = 1, 3, 5,\ldots)$$

mà: $0 \leq f = 170\ m \leq 400$

$0 \leq m \leq 2,35$

tức $m = 1$

Vậy: $f = 170.1 = 170\ (Hz).$

## 14. HIỆU ỨNG ĐỐP–PLE

### TÓM TẮT LÍ THUYẾT

Hiệu ứng Đốp–ple là sự thay đổi tần số sóng do nguồn sóng chuyển động tương đối so với máy thu.

**1. Khi nguồn âm đứng yên còn máy thu chuyển động**

Gọi

- **V** là tốc độ truyền sóng
- $V_M$ là tốc độ chuyển động của *máy thu* (hay người quan sát)
- **f là tần** số sóng
- **f ' tần** số máy thu thu được

*a) Nếu máy thu chuyển động lại gần nguồn âm:*

$$f' = \frac{V + V_M}{V}.f > f$$

*b) Nếu máy thu chuyển động ra xa nguồn âm*

$$f' = \frac{V - V_M}{V}.f < f$$

**2. Khi nguồn âm chuyển động còn máy thu đứng yên**

Gọi $V_S$ là tốc độ của nguồn âm.

*a) Nếu nguồn âm chuyển động lại gần máy thu*

$$f' = \frac{V}{V - V_S}.f > f$$

b) *Nếu nguồn âm chuyển động ra xa máy thu*

$$f' = \frac{V}{V + V_S}.f < f$$

### BÀI TẬP CƠ BẢN

**DẠNG 1: NGUỒN ÂM ĐỨNG YÊN – MÁY THU CHUYỂN ĐỘNG**

Tần số **máy** thu thu được:

$$f' = \frac{V \pm V_M}{V}.f$$

- Máy thu về gần nguồn âm thì $f' = \frac{V + V_M}{V}.f > f$
- Máy thu ra xa nguồn âm thì $f' = \frac{V - V_M}{V}.f < f$

**Ví dụ 1:** Một người cảnh sát giao thông đứng ở bên đường dùng còi phát ra một âm có tần số 1200 Hz hướng về phía chiếc ôtô đang chuyển động về phía mình với tốc độ 72 km/h. Biết tốc độ âm trong không khí là 340 m/s.

Tần số mà người lái ôtô nghe được là

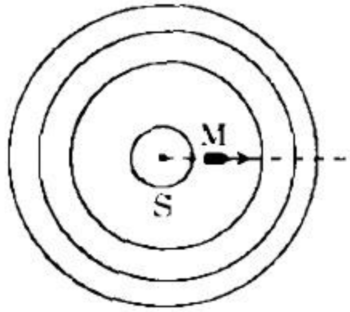
A. 1129 Hz B. 1275 Hz C. 1270,6 Hz D. 1133,3 Hz

***Giải***

$V_M = 72$ km/h $= 20$ m/s

$$f' = \frac{V + V_M}{V}.f = \frac{340 + 20}{340} \approx 1270,6 \text{ (Hz)}$$

Đáp án: [C]



**Ví dụ 2:** Một nguồn sóng S phát những gợn sóng hình tròn trên mặt hồ. Tốc độ của sóng là 6 m/s và khoảng cách giữa hai gợn sóng kế tiếp là 2 m. Một người ngồi trên một chiếc thuyền nhỏ đang đi ra xa S với tốc độ 3 m/s so với bờ (Hình vẽ).

Tần số của sóng mà người ngồi trên thuyền quan sát được là

A. 1,5 Hz B. 3 Hz C. 2 Hz D. 1,5 Hz.

***Giải***

Khoảng cách 2 gợn sóng kế tiếp là $\lambda$. Vậy $\lambda = 2$ m. Vì người quan sát đi ra xa nguồn nên:

$$f' = \frac{V - V_M}{V}.f < f$$

$$\text{với } \begin{cases} V = 6 \text{ m/s} \\ V_M = 3 \text{ m/s} \\ f = \dfrac{V}{\lambda} \end{cases}$$

$$\text{nên: } f' = \frac{V - V_M}{V}.\frac{V}{\lambda} = \frac{V - V_M}{\lambda} = \frac{6 - 3}{2} = 1,5 \text{ (Hz)};$$

Đáp án: [D].

## DẠNG 2: NGUỒN ÂM CHUYỂN ĐỘNG – NGUỒN THU ĐỨNG YÊN

Tần số máy thu thu được:

$$f' = \frac{V}{V - V_S}.f$$

- Nguồn âm về gần nguồn thu: $f' = \frac{V}{V - V_s}.f > f$
- Nguồn âm ra xa nguồn thu: $f' = \frac{V}{V + V_s}.f < f$

**Ví dụ:** Một ô tô đang chuyển động với tốc độ 54 km/h về gần một người đang đứng trên lề đường thì bóp còi. Tần số sóng do còi phát ra là 900 Hz và tốc độ âm trong không khí là 330 m/s.

Người đứng trên lề đường nghe được âm có tần số

A. 942,9 Hz B. 860,9 Hz C. 940,9 Hz D. 859 Hz.

### *Giải*

Còi là nguồn âm đang chuyển động về gần người quan sát (người đứng trên lề đường) nên:

$$f' = \frac{V}{V - V_s}.f > f$$

với $\begin{cases} V = 330\ m/s \\ V_s = 54\ km/h = 15\ m/s \\ f = 900\ hz \end{cases}$

nên $f' = \frac{330}{330 - 15}.900 \approx 942{,}9\ (Hz)$

**Đáp án: [A].**

## DẠNG 3: VẬT PHẢN XẠ ÂM

Một vật phản xạ âm có thể coi như vừa là nguồn thu vừa là nguồn phát.

- Lúc đầu vật thu được sóng có tần số f '.
- Sau đó vật phát ra (phản xạ) sóng âm có cùng tần số f ' này và vật khác tiếp nhận âm có tần số f ''.

**Ví dụ 1:** Một ôtô đang chạy với tốc độ 72 km/h về phía một bức tường và phát ra tiếng còi có tần số 1000 Hz. Tốc độ âm trong không khí là 340 m/s.

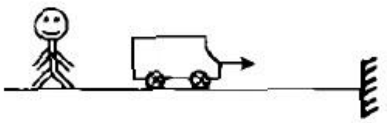
Một người đứng trên lề đường sẽ nghe được âm phản xạ từ bức tường có tần số

A. 944,4 Hz B. 1062,5 Hz C. 1058,8 Hz D. 941,0 Hz.

### *Giải*

- Lúc đầu ôtô là nguồn âm (chuyển động), bức tường là nguồn thu (đứng yên) nên bức tường nhận được âm có tần số:

$$f' = \frac{V}{V - V_S}.f = \frac{340}{340 - 20}.1000$$



$$= 1062,5\ (Hz)$$

- Sau đó bức tường coi như nguồn âm (đứng yên) phát ra âm (phản xạ âm) có tần số f ', lúc này người đứng trên đường là nguồn thu. Vì cả 2 đứng yên nên f ' cũng là tần số âm mà người thu được.

Vậy $f'' = f' = 1062,5\ (Hz)$

Đáp án: [B].

**Ví dụ 2:** Người công an đứng trên lề đường phát ra tiếng còi có tần số 1200 Hz hướng về phía chiếc ôtô đang chạy về phía mình với tốc độ 90 km/h. Tốc độ âm trong không khí là 330 m/s.

Tần số âm phản xạ từ ôtô mà người công an nghe được là

A. 1290,9 Hz B. 1109 Hz C. 1396,7 Hz D. 1030,9 Hz.

### *Giải*

- Lúc đầu ô tô coi như nguồn thu chuyển động về gần nguồn âm nên thu được âm có tần số

$$f' = \frac{V + V_0}{V}.f \qquad (1)$$

Với $V_0$ là vận tốc ôtô = 90 km/h = 25 m/s

- Sau đó ôtô coi như nguồn âm phát ra âm có tần số f ' chuyển động về gần nguồn thu (người công an) nên người công an nghe âm có tần số

$$f'' = \frac{V}{V - V_0}.f' \qquad (2)$$

(1) và (2) cho: $f'' = \frac{V}{V - V_0}.\frac{V + V_0}{V}.f$

$$= \frac{V + V_0}{V - V_0}.f = \frac{330 + 25}{330 - 25}.1200 \approx 1396,7\ (Hz)$$

Đáp án: [C].

**Ví dụ 3:** Một máy dò tốc độ đặt ở lề đường phát một tín hiệu âm có tần số 1520 Hz hướng về phía một chiếc ôtô vừa chạy qua thì máy dò nhận được sóng phản xạ có tần số 1200 Hz. Tốc độ truyền âm trong không khí là 340 m/s.

Tốc độ ôtô là

A. 25 m/s B. 40 m/s C. 30 m/s D. 50 m/s.

### *Giải*

- Ôtô nhận được sóng âm có tần số

$$f' = \frac{V - V_0}{V}.f \qquad (1)$$

- Đến lượt ôtô coi như nguồn phát tần số f ' và máy dò nhận được âm có

$$f'' = \frac{V}{V + V_0}.f' \qquad (2)$$

(1) và (2) cho:

$$f'' = \frac{V}{V + V_0}.\frac{V - V_0}{V}.f = \frac{V - V_0}{V + V_0}.f$$

$$\Rightarrow \text{Tốc độ ôtô: } V_0 = \frac{f - f''}{f - f''}.V \approx \frac{1520 - 1200}{1520 + 1200}.340$$

$$= 40 \text{ m/s}; \text{ Đáp án: (B).}$$

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**14.1.** Chọn câu **đúng**.

Khi nguồn âm chuyển động tương đối so với người nghe thì có sự thay đổi đại lượng nào sau đây liên quan đến hiệu ứng Đốp-le?

A. độ to
B. độ cao
C. âm sắc
D. tất cả các đặc trưng sinh lí của âm

**14.2.** Một người buộc một nguồn phát âm nhỏ vào đầu một sợi dây mềm, giữ cố định đầu dây kia và điều khiển cho nguồn âm quay tròn đều quanh đỉnh đầu mình thì người này nghe âm từ nguồn phát ra

A. cao hơn
B. thấp hơn
C. lúc cao hơn, lúc thấp hơn
D. có độ cao không đổi

**14.3.** Một ô tô đang chạy với tốc độ 60 km/s về phía một người đứng yên trên lề đường thì người này nghe được tiếng còi phát ra từ ô tô với tần số 1050 Hz. Biết tốc độ âm trong không khí là 340 m/s. Tần số âm do còi phát ra là:

A. 1000,9 Hz
B. 1020 Hz
C. 1035,8 Hz
D. 998,5 Hz.

**14.4.** Một ô tô đang chạy ra xa một máy đo tốc độ. Ô tô phát ra tiếng còi có tần số 980 Hz thì máy đó ghi nhận được âm có tần số 950 Hz. Tốc độ truyền âm trong không khí là 330 m/s. Tốc độ ô tô là

A. 10,4 m/s
B. 9,8 m/s
C. 12,5 m/s
D. 15,2 m/s

**14.5.** Ô tô và người đi xe đạp tiến lại gần nhau với tốc độ lần lượt là 72 km/h và 18 km/h. Ô tô phát ra tiếng còi có tần số 1000 Hz. Biết tốc độ âm trong không khí là 340 m/s. Tần số âm mà người đi xe đạp nghe được là:

A. 985 Hz
B. 1046,9 Hz
C. 958,3 Hz
D. 1078 Hz

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**14.1.** Đáp án: [B]

**14.2.** Đáp án: [D]

**14.3.** Đáp án: [D]

Nguồn âm (ô tô) chạy về gần nguồn thu (người trên đường) nên:

$$f' = \frac{V}{V - V_S}.f \quad \Rightarrow f = \frac{V - V_S}{V}.f'$$

với $V_S = 60\ km/h = \frac{50}{3}\ m/s$

nên $f = \dfrac{340 - \frac{50}{3}}{340}.1050 \approx 998{,}5\ (Hz)$

**14.4.** Đáp án: [A]

Nguồn âm (ô tô) chạy ra xa nguồn thu nên:

$$f' = \frac{V}{V + V_S}.f$$

$$950 = \frac{330}{330 + V_S}.980 \quad \Rightarrow V_S \approx 10{,}4\ m/s.$$

**14.5.** Đáp án: [D]

Cả nguồn thu (xe đạp) và nguồn âm (ô tô) đều tiến lại gần nhau nên tần số âm do người đi xe đạp nhận được:

$$f' = \frac{V + V_M}{V - V_S} = \frac{340 - 5}{340 - 20} \approx 1078\ (Hz).$$

## ÔN TẬP CHƯƠNG III
## SÓNG CƠ HỌC

**III.1.** Chọn câu sai.

A. Sóng cơ là dao động cơ lan truyền trong một môi trường.

B. Sóng cơ không truyền được trong chân không.

C. Quá trình truyền sóng cơ đồng thời với quá trình truyền các phần tử vật chất theo phương truyền sóng.

D. Quá trình truyền sóng cơ là quá trình truyền pha dao động.

**III.2.** Chọn câu đúng

A. Sóng dọc là sóng các phần tử của môi trường dao động theo phương đứng.

B. Sóng dọc truyền được trong nước và không khí.

C. Sóng dọc truyền được trên mặt chất lỏng.

D. Môi trường truyền sóng dọc nếu lực đàn hồi xuất hiện khi có biến dạng lệch.

**III.3.** Khi sóng cơ truyền từ môi trường khí sang lỏng thì đại lượng nào sau đây không thay đổi?

A. Tần số | B. Biên độ sóng

C. Bước sóng | D. Tốc độ truyền sóng.

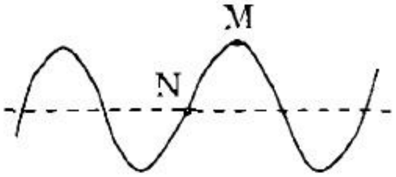
**III.4.** Hình dưới đây biểu diễn một sóng ngang vào thời điểm t đang truyền từ trái qua phải. M và N chỉ vị trí hai phần tử vật chất ngay thời điểm t, trong đó M có li độ cực đại, N có li độ bằng không. Ở ngay thời điểm đó:

A. M đi xuống – N đi lên

B. M đi xuống – N đi xuống

C. M đứng yên – N đi lên

D. M đứng yên – N đi xuống.



**III.5.** Chọn câu **sai**.

A. Sự giao thoa của sóng là hiện tượng hai sóng gặp nhau.

B. Sóng dừng được tạo thành do sự giao thoa của sóng tới và sóng phản xạ.

C. Sự nhiễu xạ của sóng là hiện tượng sóng khi gặp vật cản thì đi lệch khỏi phương truyền thẳng và đi vòng qua vật cản.

D. Sóng âm là những sóng cơ truyền trong các môi trường khí, lỏng, rắn.

**III.6.** Chọn câu **đúng**.

A. Ngưỡng nghe là mức cường độ âm cực tiểu để gây được cảm giác âm.

B. Ngưỡng đau phụ thuộc vào tần số của âm.

C. Cảm giác nghe âm "to" hay "nhỏ" chỉ phụ thuộc vào cường độ âm.

D. Với tần số 50 Hz, ngưỡng nghe là 0dB.

**III.7.** Chọn câu **đúng**.

A. Âm phát ra từ đàn ghi ta và đàn viôlon có thể có cùng âm sắc.

B. Độ cao của âm là một đặc trưng sinh lí của âm tương ứng với đặc trưng vật lí của âm là cường độ âm.

C. Âm sắc khác nhau khi dạng đồ thị dao động của âm khác nhau.

D. Ta phân biệt âm thanh (âm mà tai con người nghe được), sóng siêu âm và sóng hạ âm vì chúng có bản chất vật lí khác nhau.

**III.8.** Phương trình dao động của nguồn sóng truyền trên dây đàn hồi rất dài là $u = 2\cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ cm. Biết tốc độ truyền sóng trên dây là 4 m/s. Coi biên độ sóng không đổi. Phương trình sóng tại điểm M trên dây cách nguồn 2 cm là:

A. $u_M = 2\cos\left(50\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (cm)
B. $u_M = 2\cos(50\pi t)$ (cm)

C. $u_M = 2\cos\left(50\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)
D. $u_M = 2\cos\left(50\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ (cm).

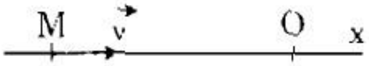
**III.9.** Sóng truyền từ M đến O trên phương Mx. M cách O 2,5 cm (hình vẽ). Tốc độ truyền sóng là 5 m/s. Phương trình li độ tại O là:

$$u = 2\cos 100\pi t \text{ (cm)}$$

Coi biên độ sóng không đổi, phương trình li độ tại M là:

A. $u_M = 2\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (cm)

B. $u_M = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (cm)



C. $u_M = 2\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

D. $u_M = 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm).

**III.10.** Trên mặt nước đang có sóng, ta thấy tại một điểm trong 5 s có 3 gợn sóng và khoảng cách 5 gợn sóng liên tục cách nhau 40 cm. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là:

A. 4 cm/s
B. 3,2 cm/s
C. 25 cm/s
D. 20 cm/s

**III.11.** Phương trình của một sóng ngang trên dây rất dài là:

$$u = 2\cos(4\pi t - ax)$$

trong đó, u và x tính bằng cm, t tính bằng s, a là hằng số dương.

Biết tốc độ truyền sóng trên dây là 50 cm/s. Hằng số a (tính bằng $cm^{-1}$) bằng:

A. $0{,}5\pi$
B. $0{,}08\pi$
C. $2\pi$
D. $4\pi$

**III.12.** Ở đầu một âm thoa có gắn một mũi nhọn, mũi nhọn này chạm nhẹ vào mặt nước yên tĩnh. Cho âm thoa rung thì trên mặt nước xuất hiện các gợn sóng hình tròn. Khoảng cách giữa 5 gợn sóng liên tục là 10 cm. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 20 cm/s. Tần số rung của âm thoa là

A. 2 Hz
B. 20 Hz
C. 8 Hz
D. 5 Hz

**III.13.** Quan sát thấy có hai điểm trên phương truyền sóng cách nhau 30 m cùng lúc cùng qua vị trí cân bằng theo 2 chiều ngược nhau. Biết tốc độ truyền sóng là 5 m/s và tần số sóng có giá trị trong khoang từ 65 Hz đến 85 Hz.

Tần số sóng là:

A. 75 Hz B. 60 Hz C. 80 Hz D. 68 Hz.

**III. 14.** Trên đoạn dây đàn hồi AB, đầu B giữ cố định còn đầu A dao động với tần số 20 Hz thì trên dây có sóng tới và sóng phản xạ tại B. Tốc độ truyền sóng trên dây là 5 m/s.

Phương trình sóng tới tại B có dạng $u_B = \sqrt{2}\cos 2\pi f t$ (cm), li độ sóng tổng hợp tại M trên dây cách đầu B khoảng 3,125 cm vào lúc $t = \frac{1}{80}$ s là:

A. +1 cm B. -1 cm C. +2 cm D. -2 cm.

**III.15.** Trên dây đàn hồi AB, đầu B cố định có sóng dừng. Biểu thức sóng tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ tại M cách B khoảng d cho bởi:

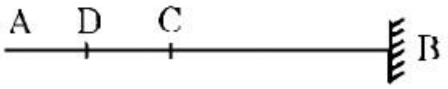
$$u = 2\cos\left(0.4\pi d + \frac{\pi}{2}\right)\sin 25\pi t \text{ (cm)}$$

trong đó, d tính bằng cm và t tính bằng s.

Số điểm nút trên đoạn BC = 11 cm là:

A. 5 B. 4 C. 6 D. 3

**III.16.** Trên đoạn dây AB có sóng dừng xảy ra với đầu B cố định. Từ B đến D với BD = 16 cm có 5 điểm nút (D là nút) thì từ B đến C với BC = 9 cm có bao nhiêu điểm bụng?



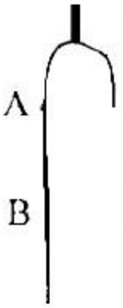
A. 4 B. 2 C. 3 D. 5

**III.17.** Đoạn dây AB = 10 cm có 2 đầu A, B cố định, trên đó có sóng dừng xảy ra với số nút sóng ít nhất. Biết tốc độ truyền sóng trên dây là 10 m/s.

Tần số sóng là:

A. 100 Hz B. 25 Hz C. 200 Hz D. 50 Hz

**III.18.** Đoạn dây AB dài 50 cm treo thẳng đứng: đầu A gắn với một nhánh của âm thoa, đầu B để tự do. Khi âm thoa dao động với tần số 100 Hz trên dây có sóng dừng xảy ra với A là nút, B là bụng. Tốc độ truyền sóng trên dây là 40 m/s. Trên dây có.



A. 5 nút – 5 bụng B. 4 nút – 4 bụng sóng

C. 3 nút – 3 bụng D. 3 nút – 4 bụng.

**III.19.** Trên đoạn dây AB dài 70 cm có 4 bụng sóng với đầu A là nút và B là bụng. Biết tốc độ truyền sóng trên dây là 100 m/s. Tần số sóng là:

A. 286,7 Hz B. 428,6 Hz C. 250 Hz D. 112,9 Hz

**III.20.** Trên đoạn dây AB có sóng dừng xảy ra. Tại M trên dây với BM = x li độ của điểm M cho bởi $u = 2\sqrt{2}\cos(10\pi x).\cos(20\pi t)$ (cm), trong đó x tính bằng mét, t tính bằng giây. Nếu M là điểm bụng thì M cách B khoảng:

A. x = 10K (cm) B. x = 20K (cm)

C. x = 5K (cm) D. x = 15K (cm)

(K = 0; 1; 2; 3; ...)

**III.21.** Biểu thức sóng dừng trên dây là $u = 2\cos(5\pi x).\cos(80\pi t)$ (cm) trong đó x tính bằng m, t tính bằng s. Tốc độ truyền sóng là:

A. 16 m/s B. 16 cm/s C. 8 cm/s D. 32 cm/s.

**III.22.** Trên dây đang có sóng dừng xảy ra, ta quan sát thấy thời gian giữa hai lần liên tiếp dây duỗi thẳng là 0,25 s và khoảng cách giữa hai điểm đứng yên gần nhất là 20 cm. Tốc độ truyền sóng trên dây là:

A. 160 cm/s B. 40 cm/s C. 80 cm/s D. 20 cm/s

**III.23.** Tại 2 điểm $S_1$, $S_2$ trên mặt nước có hai nguồn kết hợp dao động cùng pha, cùng biên độ 2 cm, tần số 20 Hz. Tốc độ truyền sóng là 1,8 m/s. Biên độ sóng tổng hợp tại M trên mặt nước cách $S_1$, $S_2$ lần lượt 12 cm và 16 cm là:

A. 4 cm B. $2\sqrt{3}$ cm C. $4\sqrt{3}$ cm D. $2\sqrt{2}$ cm.

**III.24.** Trên mặt chất lỏng có 2 nguồn dao động $O_1$, $O_2$ cùng phương thẳng đứng, cùng tần số, ngược pha, biên độ $\sqrt{2}$ cm. Khoảng cách giữa 2 gợn sóng liên tiếp do mỗi nguồn tạo ra là 48 cm.

M là một điểm trên mặt chất lỏng cách $O_1$, $O_2$ lần lượt 20 cm và 12 cm. Biên độ dao động tổng hợp tại M do hai sóng truyền tới là:

A. $\sqrt{6}$ cm B. 2 cm C. $2\sqrt{2}$ cm D. $\sqrt{2}$ cm.

**III.25.** Trên mặt chất lỏng có 2 nguồn kết hợp với phương trình dao động là $u_1 = u_2 = \cos(\omega t)$

M là một điểm trên mặt chất lỏng cách 2 nguồn lần lượt 1 cm và 5 cm. Bước sóng 1 cm.

Pha ban đầu của dao động tổng hợp tại M là:

A. $-\frac{3\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. 0 D. π

**III.26.** $O_1$, $O_2$ là hai nguồn kết hợp cùng pha tại 2 điểm trên mặt nước. M và N là 2 điểm nằm trên 2 vân giao thoa cực đại liền nhau ở cùng một phía của đường trung trực của $O_1$, $O_2$. Hiệu khoảng cách từ M và N đến $O_1$, $O_2$ lần lượt là 8 cm và 12 cm.

Khoảng cách từ đường trung trực đến vân giao thoa cực đại chứa điểm M (nằm gần đường trung trực hơn) tính dọc theo đường nối $O_1O_2$ là:

A. 4 cm B. 2 cm C. 8 cm D. 6 cm

**III.27.** Trong thí nghiệm giao thoa sóng trên mặt nước với hai nguồn kết hợp dao động cùng pha $O_1$, $O_2$ cách nhau 14 cm, ta thấy từ $O_1$ đến $O_2$ có 8 điểm đứng yên, trong đó $O_1$, $O_2$ gần như đứng yên. Biết tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 0,5 m/s. Tần số dao động của nguồn là:

A. 14,3 Hz B. 25 Hz C. 28,6 Hz D. 12,5 Hz.

**III.28.** Hai âm có mức cường độ âm chênh lệch nhau 20 dB thì tỉ số cường độ âm của chúng là:

A. 20 B. $10^{20}$ C. 100 D. 1000

**III.29.** Biết cường độ âm chuẩn là $10^{-12}$ W/m$^2$ (tần số 1000 Hz) thì tiếng nói 50 dB có cường độ âm là:

A. $10^{-5}$ W/m$^2$ B. $10^{-7}$ W/m$^2$ C. $10^{5}$ W/m$^2$ D. $10^{-9}$ W/m$^2$

**III.30.** Một nguồn âm có công suất 1,57 w phát ra sóng âm có dạng hình cầu. Cho rằng năng lượng âm được phát đều theo mọi hướng và được bảo toàn. Cách nguồn âm bao xa thì cường độ âm nhận được tại đó là 0,03125 W/m$^2$.

A. 0,5 m B. 2 m C. 1 m D. 1,5 m.

**III.31.** Một nguồn âm phát sóng cầu truyền năng lượng đều theo mọi hướng. Tại hai điểm cách nguồn âm lần lượt 1 m và 3 m thì mức cường độ âm hơn kém nhau:

A. 9,542 dB B. 4,836 dB C. 12,468 dB D. 84,375 dB.

**III.32.** Một dây đàn hồi 50 cm khối lượng 0,25 g. Tốc độ truyền sóng trên dây là 300 m/s. Sức căng dây là:

A. 500 N B. 20 N C. 1000 N D. 45 N

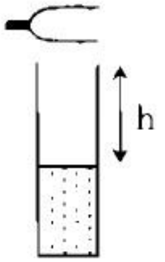
**III.33.** Một dây đàn dài 0,8 m; tốc độ truyền sóng trên dây là 250 m/s. Khi dây đàn phát ra âm có tần số 625 Hz thì trên dây đàn xảy ra sóng dừng với mấy nút?

A. 4 B. 5 C. 3 D. 6

**III.34.** Một ống sáo dài 40 cm, tốc độ truyền âm trong ống sáo là 340 m/s. Với họa âm có 3 nút thì tần số của họa âm này là:

A. 637,5 Hz B. 850 Hz C. 1062,5 Hz D. 1275 Hz.

**III.35.** Một ống thẳng đứng, đầu trên hở, đầu dưới chứa nước, mực nước có thể thay đổi được. Đầu trên có âm thoa đặt ngang miệng ống dao động với tần số 510 Hz. Điều chỉnh mực nước sao cho cột không khí trong ống có chiều cao h = 50 cm thì âm nghe to nhất (cộng hưởng âm).



Tốc độ truyền âm trong không khí là bao nhiêu, biết tốc độ này trong khoảng là 220 m/s đến 850 m/s.

A. 340 m/s B. 330 m/s C. 350 m/s D. 335 m/s

**III.36.** Một ô tô chạy về gần một người đứng yên trên lề đường với tốc độ 72 km/h thì phát ra một hồi còi và người này nghe được âm có tần số 850 Hz. Biết tốc độ truyền âm trong không khí là 340 m/s. Tần số do còi phát ra là:

A. 900 Hz B. 800 Hz C. 820 Hz D. 880 Hz.

**III.37.** Một người chạy về gần một bức tường với tốc độ 18 km/h thì phát ra âm có tần số 1300 Hz. Biết tốc độ âm trong không khí là 330 m/s. Người ấy nghe được âm phản xạ từ bức tường có tần số:

A. 1330 Hz B. 1250 Hz C. 1350 Hz D. 1340 Hz.

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

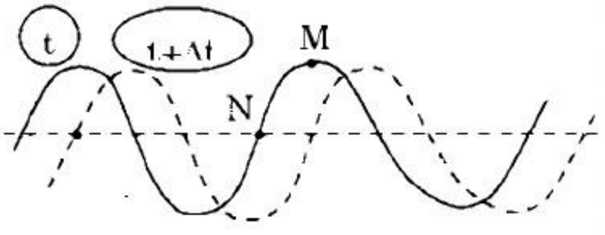
**III.1.** Đáp án: [C]

**III.2.** Đáp án: [B]

**III.3.** Đáp án: [A]

**III.4.** Đáp án: [D]

* Chú ý rằng các phần tử M và N dao động điều hòa theo phương thẳng đứng của hình vẽ. Vào lúc t, điểm M có li độ cực đại nên ngay lúc đó M đứng yên. Ngược lại N ở vị trí cân bằng nên đang dao động.



* Mặt khác vì sóng truyền từ trái qua phải nên lúc t + $\frac{T}{4}$ sóng truyền tới vị trí mới (đường không liền nét). Qua hình vẽ ta thấy điểm N đang dao động đi xuống.

**III.5.** Đáp án: [A]

**III.6.** Đáp án: [A]

**III.7.** Đáp án: [C]

**III.8.** Đáp án: [B]

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50\pi} = \frac{2}{50}\ (s)$$

$$\lambda = v.T = 400\cdot\frac{2}{50} = 16\ (cm)$$

$$u_M = 2\cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

$$= 2\cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{2\pi.2}{16}\right) = 2\cos(50\pi t)\ (cm)$$

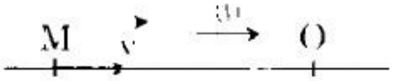
**III.9.** Đáp án: [D]

$$u_M = 2\cos\left(100\pi t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Vì sóng truyền từ M → O tức chiều dương từ M → O nên

$x = -OM = -2,5$ (cm)

Và $\lambda = v.T = 500.0,02 = 10$ (cm)



Vậy $u_M = 2\cos\left(100\pi t + \frac{2\pi.2,5}{10}\right)$

$$= 2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ (cm)$$

**III.10.** Đáp án: [A]

Thời gian giữa 3 gợn sóng xuất hiện tại 1 điểm là 2 chu kì nên:

$$T = \frac{5}{2} = 2,5\ (S)$$

5 gợn sóng liên tục cách nhau 4λ nên:

$$\lambda = \frac{40}{4} = 10\ (cm)$$

Vậy $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10}{2,5} = 4$ (cm/s).

**III.11.** Đáp án: [B]

So phương trình đã cho với phương trình tổng quát:

$$u = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Ta được $\frac{2\pi}{T} = 4\pi \rightarrow T = 0,5$ (s)

Và $\quad a = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ với $\lambda = vT = 25$ (cm)

nên $\quad a = \dfrac{2\pi}{25} = 0{,}08\pi$ (cm$^{-1}$)

**III.12.** Đáp án: [C]

5 gợn sóng liên tục cách nhau $4\lambda$:

$$4\lambda = 10$$

$$4.\frac{v}{f} = 10$$

$$4.\frac{20}{f} = 10 \rightarrow f = 8\ \text{(Hz)}$$

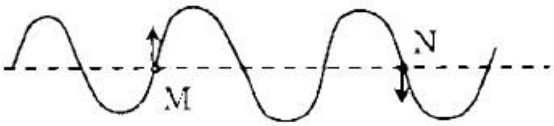
**III.13.** Đáp án: [A]

Hai điểm cùng lúc cùng qua vị trí cân bằng theo hai chiều ngược nhau là hai điểm dao động ngược pha (hai điểm M, N trên hình vẽ)

Hai điểm này cách nhau:

$$d = \left(K + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (K = 0;\ 1;\ 2;\ \ldots)$$

$$= \left(K + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{f}$$



$$\rightarrow f = \left(K + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{d} = \left(K + \frac{1}{2}\right)\frac{5}{0{,}3} \quad (*)$$

Với $\quad 65 \leq f = \left(K + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{5}{0{,}3} \leq 85$

$$3{,}4 \leq K \leq 4{,}6$$

$$K = 4$$

$$(*) \rightarrow f = \left(4 + \frac{1}{2}\right).\frac{5}{0{,}3} = 75\ \text{(Hz)}$$

**III.14.** Đáp án: [D]

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{500}{20} = 25\ \text{(cm)}$$

Phương trình sóng tổng hợp tại M:

$$u_M = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right).\cos\left(2\pi ft - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right).\sin 2\pi ft$$

Thay A = $\sqrt{2}$ cm; x = BM = 3,125 cm; t = $\frac{1}{80}$ s; $\lambda$ = 25 cm thì:

$$u_M = 2\sqrt{2}\cos\left(\frac{2\pi.3,125}{25} + \frac{\pi}{2}\right).\sin\left(2\pi.20.\frac{1}{80}\right)$$

$$= 2\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{4}\sin\frac{\pi}{2} = -2\ (\text{cm})$$

**III.15.** Đáp án: [A]

So phương trình đã cho với phương trình tổng quát

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right).\sin\frac{2\pi}{T}t$$

thì $\frac{2\pi}{\lambda} = 0,4\pi \rightarrow \lambda = \frac{2}{0,4} = 5$ (cm)

Các điểm nút cách đầu B khoảng:

$$d = K\frac{\lambda}{2} = 2,5K\ (\text{cm})$$

với $0 < d = 2,5K \leq 11$ (cm)

$\rightarrow 0 \leq K < 4,4$

K = 0; 1; 2; 3; 4: có 5 điểm nút.

**III.16.** Đáp án: [B]

$$BD = 4.\frac{\lambda}{2}$$

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{BD}{4} = \frac{16}{4} = 4\ (\text{cm})$$

Các điểm bụng cách đầu cố định B khoảng:

$$d = \left(K + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} = 4\left(K + \frac{1}{2}\right)\ (\text{cm})$$

Với $0 < d = 4\left(K + \frac{1}{2}\right) < BC = 8$ (cm)

$$-\frac{1}{2} < K < 1,5$$

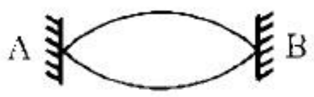
K = 0 và 1: có 2 điểm bụng.

**III.17.** Đáp án: [D]

Số nút ít nhất (2 nút) nên:

$$AB = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f}$$

$$\rightarrow f = \frac{v}{2.AB} = \frac{10}{2.0,1} = 50\ (\text{Hz})$$



**III.18.** Đáp án: [C]

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{40}{100} = 0,4\ (m)$$

$$l = m.\frac{\lambda}{4} \rightarrow m = \frac{4l}{\lambda} = \frac{4.0,5}{0,4} = 5$$

Số nút = số bụng = $\frac{m+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$

**III.19.** Đáp án: [C]

$$l = m.\frac{\lambda}{4} = m.\frac{v}{4f} \rightarrow f = \frac{mv}{4l}$$

Với số bụng = $\frac{m+1}{2} = 4 \rightarrow m = 7$

Vậy $f = \frac{7.100}{4.0,7} = 250\ (Hz)$.

**III.20.** Đáp án: [A]

Biên độ dao động của M: $A_M = 2\sqrt{2}\,|\cos 10\pi x|$ (cm)

M là điểm bụng nên: $|\cos 10\pi x| = 1$

$$10\pi x = k\pi$$

$$x = 0,1K\ (m) = 10K\ (cm)$$

**III.21.** Đáp án: [A]

So phương trình đã cho với phương trình tổng quát

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right).\cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \beta\right)$$

thì $\begin{cases} \frac{2\pi}{\lambda} = 5\pi \rightarrow \lambda = \frac{2}{5} = 0,4\ (m) \\ \frac{2\pi}{T} = 80\pi \rightarrow T = \frac{2}{80} = 0,025\ (S) \end{cases}$

nên $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,4}{0,025} = 16\ (m/s)$.

**III.22.** Đáp án: [C]

Dây duỗi thẳng khi điểm bụng đi qua vị trí cân bằng và thời gian giữa 2 lần liên tiếp như vậy là $\frac{T}{2}$:

$$\frac{T}{2} = 0,25 \rightarrow T = 0,5\ (s)$$

và $\frac{\lambda}{2} = 20\ cm \rightarrow \lambda = 40\ (cm)$

Vậy $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{40}{0,5} = 80\ (cm/s)$.

**III.23.** Đáp án: [B]

Độ lệch pha của 2 sóng tới tại M:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(d_1 - d_2)}{\lambda}$$

với $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{480}{20} = 24$ (cm)

nên $\Delta\varphi = \frac{2\pi(16 - 12)}{24} = \frac{\pi}{3}$

Biên độ dao động tổng hợp:

$$A_M = 2A\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right| = 2.2\cos\frac{\pi}{6} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

**III.24.** Đáp án: [D]

Khoảng cách 2 gợn sóng liên tục của mỗi nguồn tạo ra là λ

$\lambda = 48$ cm

Vì 2 nguồn dao động ngược pha nên độ lệch pha của 2 sóng tại M là:

$$\Delta\varphi = 2\pi.\frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \pi = 2\pi.\frac{12 - 20}{48} + \pi = \frac{2\pi}{3}$$

Biên độ dao động tổng hợp tại M:

$$A_M = 2A.\left|\cos\frac{\Delta\varphi}{2}\right| = 2.\sqrt{2}\left|\cos\frac{\pi}{3}\right| = \sqrt{2} \text{ (cm)}$$

**III.25.** Đáp án: [B]

$$u_M = 2A\cos\left(\pi.\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right)\cos\left(\omega t - \pi.\frac{d_2 + d_1}{\lambda}\right)$$

$$= 2.1.\cos\left(\pi\frac{5 - 1}{4}\right).\cos\left(\omega t - \pi\frac{5 + 1}{4}\right)$$

$$= 2.\cos\pi.\cos\left(\omega t - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$= 2\cos\left(\omega t + \pi - \frac{3\pi}{2}\right) = 2\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Vậy pha ban đầu của dao động tổng hợp là $-\frac{\pi}{2}$.

**III.26.** Đáp án: [A]

Cho rằng M nằm trên vân bậc K thì N nằm trên vân bậc k + 1. Vậy:

$d_{1M} - d_{2M} = K.\lambda = 8$ (cm) (*)

$d_{1N} - d_{2N} = (K + 1)\lambda = 12$ (cm)

$\Rightarrow \lambda = 4$ (cm)

**III.18.** Đáp án: [C]

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{40}{100} = 0{,}4 \text{ (m)}$$

$$l = m.\frac{\lambda}{4} \rightarrow m = \frac{4l}{\lambda} = \frac{4.0{,}5}{0{,}4} = 5$$

Số nút = số bụng = $\frac{m+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$

**III.19.** Đáp án: [C]

$$l = m.\frac{\lambda}{4} = m.\frac{v}{4f} \rightarrow f = \frac{mv}{4l}$$

Với số bụng = $\frac{m+1}{2} = 4 \rightarrow m = 7$

Vậy $f = \frac{7.100}{4.0{,}7} = 250$ (Hz).

**III.20.** Đáp án: [A]

Biên độ dao động của M: $A_M = 2\sqrt{2}\,|\cos 10\pi x|$ (cm)

M là điểm bụng nên: $|\cos 10\pi x| = 1$

$$10\pi x = k\pi$$

$$x = 0{,}1K \text{ (m)} = 10K \text{ (cm)}$$

**III.21.** Đáp án: [A]

So phương trình đã cho với phương trình tổng quát

$$u = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right).\cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \beta\right)$$

thì $\begin{cases} \dfrac{2\pi}{\lambda} = 5\pi \rightarrow \lambda = \dfrac{2}{5} = 0{,}4 \text{ (m)} \\ \dfrac{2\pi}{T} = 80\pi \rightarrow T = \dfrac{2}{80} = 0{,}025 \text{ (S)} \end{cases}$

nên $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0{,}4}{0{,}025} = 16$ (m/s).

**III.22.** Đáp án: [C]

Dây duỗi thẳng khi điểm bụng đi qua vị trí cân bằng và thời gian giữa 2 lần liên tiếp như vậy là $\frac{T}{2}$:

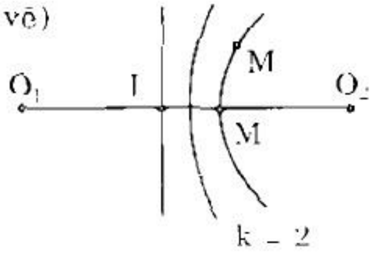
$$\frac{T}{2} = 0{,}25 \rightarrow T = 0{,}5 \text{ (s)}$$

và $\frac{\lambda}{2} = 20$ cm $\rightarrow \lambda = 40$ (cm)

Vậy $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{40}{0{,}5} = 80$ (cm/s).

$\Rightarrow K = \dfrac{8}{4} = 2$

Vậy M nằm trên vân cực đại bậc K = 2 (hình vẽ)



Nhắc lại rằng 2 vân giao thoa cực đại liền nhau cách nhau $\dfrac{\lambda}{2}$ (tính dọc theo $O_1O_2$)

nên $I_0M_0 = 2.\dfrac{\lambda}{2} = 1$ (cm)

**III.27.** Đáp án: [D]

2 điểm đứng yên (cực tiểu giao thoa) liên tục trên $O_1O_2$ cách nhau $\dfrac{\lambda}{2}$

Vậy: $O_1O_2 = 7.\dfrac{\lambda}{2} = 7.\dfrac{v}{2f}$

$$\Rightarrow f = \frac{7v}{2O_1O_2} = \frac{7.50}{2.14} = 12{,}5 \text{ (Hz)}$$

**III.28.** Đáp án: [C]

Nhắc lại: Khi mức cường độ âm tăng thêm 10n dB thì cường độ âm tăng lên $10^n$ lần

Ở đây: $L_2 - L_1 = 20$ dB (n = 2)

nên $\dfrac{I_2}{I_1} = 10^n = 10^2 = 100$

**III.29.** Đáp án: [B]

$$L(dB) = 10\lg\frac{I}{I_0} = 50 \text{ (dB)}$$

$$\lg\frac{I}{I_0} = 5 = \lg 10^5$$

$$\frac{I}{I_0} = 10^5$$

$$\Rightarrow I = 10^5 I_0 = 10^5.10^{-12} = 10^{-7} \text{ (W/m}^2\text{)}$$

**III.30.** Đáp án: [B]

Cường độ âm tại một điểm cách nguồn âm khoảng R là

$I = \dfrac{P}{4\pi R^2}$ (Bài Sóng âm - Nguồn nhạc âm – Dạng 1)

$$R = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{1{,}57}{4.3{,}14.0{,}03125}} = 2 \text{ (m)}$$

**III.31.** Đáp án: [A]

Cường độ âm tại hai điểm cách nguồn âm khoảng $r_1$, $r_2$ là:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2}$$

$$I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = 9$$

$$\lg\frac{I_1}{I_2} = \lg 9$$

$$10\lg\frac{I_1}{I_0} - 10\lg\frac{I_2}{I_0} = 10\lg 9 = 10.0{,}9542$$

$$L_1 - L_2 = 9{,}542 \text{ (dB)}.$$

**III.32.** Đáp án: [D]

$$v = \sqrt{\frac{\mathscr{T}}{\mu}} \Rightarrow \mathscr{T} = \mu.v^2$$

với $\mu = \frac{m}{l} = \frac{0{,}25}{0{,}5} = 0{,}5 \text{ (g/m)} = 5.10^{-4} \text{ (Kg/m)}$

Nên $\mathscr{T} = 5.10^{-4}(300)^2 = 45 \text{ (N)}$.

**III.33.** Đáp án: [B]

Tần số họa âm bậc n:

$$f = \frac{nv}{2l} \rightarrow n = \frac{f.2l}{v} = \frac{625.2.0{,}8}{250} = 4$$

Số nút = n + 1 = 5

**III.34.** Đáp án: [C]

Đối với ống sáo thì họa âm bậc m có:

$$\text{Số nút} = \frac{m+1}{2} = 3 \Rightarrow m = 5$$

Tần số họa âm bậc m:

$$f = \frac{mv}{4l} = \frac{5.340}{4.0{,}4} = 1062{,}5 \text{ (Hz)}.$$

Lúc có cộng hưởng thì tần số dao động của âm thoa là f cho bởi:

$$f = f_0 = \frac{mv}{4h} \Rightarrow v = \frac{f.4.h}{m} = \frac{510.4.0,5}{m} = \frac{1020}{m}$$

$$220 \le v = \frac{1020}{m} \le 850$$

$$1,2 \le m \le 4,08 \Rightarrow m = 3$$

Vậy $v = \frac{1020}{3} = 340$ (m/s)

**III.36.** Đáp án: [B]

$v_S = 72$ km/h $= 20$ m/s

Nguồn âm (ô tô) chạy về gần nguồn thu (người) nên âm nghe được:

$$f' = \frac{v}{v - v_S} \times f$$

$$\Rightarrow f = \frac{v - v_S}{v}.f' = \frac{340 - 20}{340}.850 = 800 \text{ (Hz)}.$$

**III.37.** Đáp án: [D]

Tốc độ người: $V_0 = 18$ km/h $= 5$ m/s

Lúc đầu bức tường thu được âm có tần số:

$$f' = \frac{v}{v - v_0}.f \qquad (1)$$

Sau đó bức tường phản xạ âm nói trên và người chạy về gần thu được âm có tần số:

$$f'' = \frac{v + v_0}{v}.f' \qquad (2)$$

(1) và (2) cho:

$$\Rightarrow f'' = \frac{v + v_0}{v - v_0}.f = \frac{330 + 5}{330 - 5}.1300 = 1340 \text{ (Hz)}.$$

# ÔN TẬP PHẦN CƠ HỌC

**Câu 1.** Chọn câu **sai**.

Momen quán tính của vật rắn phụ thuộc vào:

A. khối lượng vật rắn B. tốc độ quay của vật rắn

C. hình dạng vật rắn D. vị trí trục quay.

**Câu 2.** Một con lắc đơn có chiều dài $l = 1$ m, vật nặng khối lượng 100 g dao động điều hòa trên cung tròn 30 cm. Lấy $g = 9{,}8\ m/s^2$. Cơ năng của con lắc là:

A. 0,011 J B. 0,250 J C. 0,362 J D. 0,057 J.

**Câu 3.** Cho hai dao động cùng phương

$$x_1 = 2a\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$x_2 = -a\cos 100\pi t$$

Phương trình dao động tổng hợp của hai dao động nói trên là:

A. $x = a\sqrt{3}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ B. $x = a\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

C. $x = a\sqrt{3}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ D. $x = a\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$.

**Câu 4.** Chọn câu **đúng**

Trong dao động điều hòa thì:

A. vận tốc cùng pha với gia tốc

B. vận tốc sớm pha hơn gia tốc góc $\pi$

C. vận tốc sớm pha hơn gia tốc $\frac{\pi}{2}$

D. vận tốc trễ pha hơn gia tốc góc $\frac{\pi}{2}$.

**Câu 5.** Chọn câu **đúng**

A. Dao động tắt dần càng chậm nếu môi trường càng nhớt.

B. Dao động tắt dần chậm có thể coi gần đúng là dạng sin với tần số góc không đổi và với biên độ giảm dần theo thời gian cho đến bằng 0.

C. Dao động duy trì có tần số bằng tần số của ngoại lực.

D. Dao động tự do của hệ dao động có tần số tùy thuộc vào dao động nhanh hay chậm

**Câu 6.** Tại hai điểm $O_1$, $O_2$ trên mặt nước có hai nguồn kết hợp dao động với phương trình:

$$u_1 = u_2 = A\cos(80\pi t)$$

Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 0,5 m/s, khoảng cách giữa 5 điểm cực đại giao thoa liên tiếp trên đoạn 0,02 là:

A. 3,2 cm B. 4,5 cm C. 2,5 cm D. 1,6 cm

**Câu 7.** Mức cường độ âm tại một điểm là 90 dB. Biết cường độ âm chuẩn là $10^{-12}$ w/m$^2$ thì cường độ âm tại đó là:

A. $10^{-3}$ w/m$^2$ B. $10^{-5}$ w/m$^2$ C. 0.1 w/m$^2$ D. $10^{-1}$ w/m$^2$.

**Câu 8.** Chọn câu sai.

A. Âm càng to thì tần số càng lớn.

B. Âm càng nhỏ thì cường độ âm càng nhỏ.

C. Cảm giác nghe âm to hay nhỏ không những phụ thuộc vào cường độ âm mà còn phụ thuộc vào tần số.

D. Âm sắc khác nhau khi dạng đồ thị dao động của âm khác nhau

**Câu 9.** Một ống sáo dài 60 cm phát ra họa âm có 2 bụng. Tần số do họa âm này phát ra là 432,5 Hz. Tốc độ truyền sóng trong ống sáo là:

A. 519 m/s B. 330 m/s C. 340 m/s D. 346 m/s.

**Câu 10.** Một đĩa tròn đồng chất có khối lượng 1,2 kg, bán kính 25 cm đang quay với tốc độ góc 12 rad/s thì bị tác dụng một momen hãm có độ lớn 0,15 N.m.

Kể từ lúc hãm, đĩa dừng lại sau khi quay thêm được một góc

A. 6 rad. B. 18 rad. C. 32 rad. D. 24 rad.

**Câu 11.** Một vật dao động điều hòa trên trục x'Ox với phương trình:

$$x = 10\text{coss}\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$$

Thời điểm vật qua vị trí x = +5 cm và đi ra xa vị trí cân bằng O lần đầu tiên kể từ lúc t = 0 là:

A. $\frac{11}{6}$ s. B. $\frac{7}{6}$ s. C. 0. D. $\frac{5}{6}$ s.

**Câu 12.** Tần số của con lắc vật lí được tính bằng công thức

A. $f = 2\pi\sqrt{\frac{mgd}{I}}$. B. $f = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$.

C. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgd}{I}}$. D. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{I}{mgd}}$

**Câu 13.** Tần số kế là ứng dụng của

A. dao động tự do. B. dao động duy trì.

C. dao động cưỡng bức. D. hiện tượng cộng hưởng.

**Câu 14.** Một sóng ngang truyền trên dây rất dài có phương trình:

$$u = 3\cos(4\pi t + 0{,}02\pi x)\ (cm)$$

trong đó t tính bằng s, x tính bằng cm.

Đáp số nào sau đây là **sai**?

A. Biên độ 3 cm. B. Chu kì 0,5 s.

C. Bước sóng 10 cm D. Tốc độ truyền sóng 2 m/s.

**Câu 15.** Một đoạn dây đàn hồi dài 80 cm, một đầu gắn vào bản rung, đầu kia cố định. Khi bản rung thì trên dây có sóng dừng với hai đầu là hai nút. Tốc độ truyền sóng trên dây là 4 m/s.

Tần số của bản rung là một trong các số nào sau đây?

A. f = 7,5 Hz. B. f = 9 Hz.

C. f = 14,5 Hz. D. f = 6 Hz.

**Câu 16.** Chọn câu **sai**.

A. Giao thoa là hiện tượng đặc trưng của sóng.

B. Hai sóng kết hợp khi gặp nhau tại những điểm xác định luôn luôn tăng cường lẫn nhau.

C. Điều kiện để có hiện tượng giao thoa là hai sóng phải xuất phát từ hai nguồn kết hợp.

D. Hai nguồn kết hợp là hai nguồn dao động có cùng tần số, cùng phương và có độ lệch pha không đổi theo thời gian.

**Câu 17.** Chọn câu **đúng**.

A. Khi vật rắn quay quanh một trục thì các điểm trên vật rắn chuyển động tròn đều với gia tốc hướng tâm.

B. Thành phần gia tốc hướng tâm đặc trưng cho biến đổi vận tốc về độ lớn.

C. Thành phần gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho biến đổi vận tốc về độ lớn.

D. Thành phần gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho biến đổi vận tốc về phương.

**Câu 18.** Trái Đất có khối lượng $6.10^{24}$ kg, bán kính 6400 km. Coi trái đất là hình cầu đồng chất. Chu kì tự quay của trái đất quanh trục của nó là 24 h. Động năng của trái đất trong chuyển động tự quay là:

A. $1{,}2.10^{27}$ J B. $1{,}8.10^{28}$ J. C. $2{,}6.10^{29}$ J. D. $3{,}5.10^{30}$ J

**Câu 19.** Một xe ô tô chạy trên đường bêtông. Ngang mặt đường có những khe song song và cách đều nhau. Xe chạy với tốc độ 54 km/h thì khung xe (được đỡ bởi các lò xo có chu kì dao động riêng là 1,8s) dao động mạnh nhất. Khoảng cách hai khe liên tiếp là:

A. 12,5 m. B. 37,5 m. C. 18,0 m D. 22,5 m.

**Câu 20.** Chọn câu **sai**.

A. Dao động cưỡng bức không phải là dao động điều hòa.

B. Tần số góc của dao động cưỡng bức bằng tần số góc của ngoại lực.

C. Biên độ của dao động cưỡng bức tỉ lệ thuận với biên độ của ngoại lực.

D. Biên độ của dao động cưỡng bức phụ thuộc vào tần số góc của ngoại lực.

**Câu 21.** Phương trình sóng tại một điểm trên phương truyền sóng:

$$u = a\cos(100\pi t - 10\pi x)$$

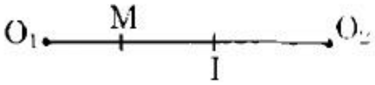
trong đó, t tính bằng giây và x tính bằng mét.

Hai điểm trên phương truyền sóng dao động cùng pha khi chúng cách nhau một khoảng nào sau đây?

A. 30 cm. B. 60 cm. C. 25 cm. D. 50 cm.

**Câu 22.** Trên mặt nước tại 2 điểm $O_1$, $O_2$ có 2 nguồn kết hợp với phương trình dao động.

$$u_1 = u_2 = a\cos(25\pi t)$$



Tốc độ truyền sóng là 50 cm/s.

Điểm M trên $O_1O_2$ là điểm đứng yên thứ hai kể từ trung điểm I của $O_1O_2$ cách I

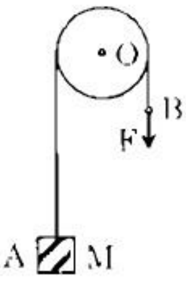
A. 1 cm. B. 2 cm. C. 3 cm. D. 4 cm.

**Câu 23.** Gọi v là tốc độ truyền sóng âm, $v_s$ là tốc độ chuyển động của nguồn âm đi về gần nguồn thu đứng yên. f' là tần số nguồn thu thu được thì tần số do nguồn âm phát ra là:

A. $f = \frac{v - v_s}{v}.f'$. B. $f = \frac{v + v_s}{v}.f'$.

C. $f = \frac{v}{v - v_s}.f'$ D. $f = \frac{v}{v + v_s}.f'$.

**Câu 24.** Xét một hệ thống gồm:



Ròng rọc là một đĩa tròn có khối lượng m = 1 kg có thể quay không ma sát xung quanh trục O

- Dây AB vắt qua ròng rọc, không co giãn và khối lượng không đáng kể.

Vật nặng M = 2 kg treo ở đầu A

- Lực F hướng thẳng đứng xuống dưới tác dụng ở đầu B để kéo vật A đi lên với F = 25N. Lấy $g = 10\ m/s^2$

Gia tốc a của vật nặng và sức căng dây T ở đoạn dây treo vật A là:

A. $a = 2\ m/s^2$ và T = 24N. B. $a = 1\ m/s^2$ và T = 21N.

C. $a = 2\ m/s^2$ và T = 12N. D. $a = 1\ m/s^2$ và T = 12N.

**Câu 25.** Chọn câu **đúng**.

Tác dụng lên mép của đĩa tròn một lực có độ lớn không đổi (khác không) tiếp xúc với đĩa thì

A. đĩa quay đều.

B. gia tốc góc của đĩa bằng không

C. tốc độ góc của đĩa là hàm bậc nhất của thời gian

D. góc quay của đĩa là hàm bậc nhất của thời gian

**Câu 26.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với phương trình

$$x = A\cos(\frac{\pi}{2}t + \omega)$$

Động năng của con lắc

A. không đổi

B. biến đổi điều hòa với chu kì 1s

C. biến đổi điều hòa với chu kì 2s.

D. biến đổi tuần hoàn với chu kì 2s

**Câu 27.** Một thanh OA đồng chất, tiết diện đều, dài $l = 1{,}5$ m. Thanh dao động điều hòa xung quanh trục ngang qua đầu O trong mặt phẳng thẳng đứng. Lấy $g = 9{,}86\ (m/s^2) \approx \pi^2\ (m/s^2)$

Chu kì dao động của thanh là

A. 2,5s. B. 2s. C. 1,5s. D. 1,8s

(Biết momen quán tính của thanh đối với trục quay O được tính bởi $I = \frac{1}{3}m.l^2$ với m là khối lượng thanh).

**Câu 28.** Để đo tần số dòng điện xoay chiều ta dùng tần số kế. Khi lá thép của tần số kế có tần số riêng là f dao động với biên độ lớn nhất thì tần số dòng điện là

A. $\frac{f}{2}$. B. f. C. 2f. D. 4f.

**Câu 29.** Hai dao động điều hòa cùng phương, biểu thức dao động lần lượt là:

$$x_1 = 2coss(100\pi t + \frac{\pi}{3})\ (cm)$$

$$x_2 = A_2\cos(100\pi t + \varphi_2)$$

phương trình dao động tổng hợp của hai dao động nói trên là:

$$x = x_1 + x_2 = \sqrt{3}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})\ (cm)$$

Biên độ và pha ban đầu của $x_2$ là:

A. $A_2 = 0,5$ cm; $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$.　　　　B. $A_2 = 1$ cm; $\varphi_2 = \pi$.

C. $A_2 = 0,5$ cm; $\varphi_2 = \pi$　　　　D. $A_2 = 1$ cm; $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$

**Câu 30.** Chọn câu **đúng**

Nói bước sóng là 2 m có nghĩa là

A. cứ mỗi giây sóng truyền được 2 m

B. cứ mỗi chu kì dao động sóng truyền được 2 m.

C. khoảng cách giữa hai điểm dao động cùng pha trên phương truyền sóng là 2 m

D. khoảng cách giữa hai điểm dao động ngược pha trên phương truyền sóng là 2 m.

**Câu 31.** Sợi dây đàn hồi AB có đầu B cố định. Biểu thức sóng tới tại B là $u_B = \cos(50\pi t)$ (cm)

Tốc độ truyền sóng trên dây là 50 m/s

Biên độ sóng tổng hợp tại một điểm trên dây cách đầu B khoảng 25 cm do sóng tới và sóng phản xạ tại B gây ra là:

A. 1 cm　　B. $\sqrt{3}$ cm　　C. $\sqrt{2}$ cm.　　D. 2 cm.

**Câu 32.** Tại hai điểm $O_1$, $O_2$ trên mặt nước có hai nguồn kết hợp dao động ngược pha. Hai nguồn dao động với tần số 10 Hz. Tốc độ truyền sóng là 60 cm/s. Điểm M trên mặt nước được xác định bởi hiệu khoảng cách đến hai nguồn nào sau đây dao động với biên độ cực tiểu?

A. $d_1 - d_2 = 3,75$ cm　　　　B. $d_1 - d_2 = 4$ cm.

C. $d_1 - d_2 = 7$ cm.　　　　D. $d_1 - d_2 = 4,5$ cm.

**Câu 33.** Một dây đàn dài 50 cm được kéo bằng lực căng 62,5 N, mật độ dài của dây đàn là 1 g/m. Tần số âm cơ bản do dây đàn phát ra là:

A. 250 Hz　　B. 300 Hz　　C. 450 Hz　　D. 150 Hz

**Câu 34.** Một máy đo tốc độ nằm yên phát ra âm có tần số 1240 Hz hướng về phía một chiếc ô tô đang chạy lại gần thì máy đo nhận được âm phản xạ từ ô tô với tần số 1480 Hz. Tốc độ truyền âm trong không khí là 340 m/s.

Tốc độ ô tô là:

A. 72 km/h.　　B. 108 km/h.　　C. 60 km/h.　　D. 120 km/h.

**Câu 35.** Một bánh đà đang quay với tốc độ góc 10 rad/s thì bị hãm và bắt đầu quay chậm dần đều. Sau khi quay thêm được 10 vòng nữa thì bánh đà dừng lại.

Gia tốc góc (sau khi bị hãm) có độ lớn

A. 0,540 rad/s$^2$.  B. 1,236 rad/s$^2$

C. 0,796 rad/s$^2$.  D. 0,923 rad/s$^2$.

**Câu 36.** $\mathfrak{M}$ là momen lực đối với trục quay, I là momen quán tính của vật rắn đối với trục quay, $\omega$ là vận tốc góc, L là momen động lượng của vật rắn đối với trục quay

Công thức nào sau đây là **sai**?

A. $\mathfrak{M} = I\omega$.  B. $\mathfrak{M} = I\gamma$  C. $\mathfrak{M} = \dfrac{d(I\omega)}{dt}$.  D. $\mathfrak{M} = \dfrac{dL}{dt}$

**Câu 37.** Một nghệ sĩ vũ ba–lê lúc đầu tay dang ngang và quay xung quanh trục thẳng đứng. Động năng lúc này của nghệ sĩ là 180J. Sau đó người này liền hạ tay xuống dọc thân mình và tiếp tục quay, làm cho momen quán tính của người đối với trục quay thẳng đứng giảm đi 4 lần.

Động năng của người nghệ sĩ lúc sau là:

A. 45 J.  B. 360 J.  C. 1440 J.  D. 720 J.

**Câu 38.** Một vật dao động điều hòa với chu kì T. Lúc t = 0 vật qua vị trí cân bằng O.

Chọn câu trả lời **đúng** cho vật lúc $t = \dfrac{3T}{4}$.

A. Vật đi về vị trí cân bằng O.

B. Vật đi ra xa vị trí cân bằng O.

C. Tùy theo lúc t = 0 vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương hay âm mà lúc $t = \dfrac{3T}{4}$ vật đi về O hay ra xa O.

D. Các câu trả lời A, B, C đều sai.

**Câu 39.** Một vật dao động điều hòa với phương trình chuyển động có dạng $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Lúc t = 0 vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm thì pha ban đầu của vận tốc là:

A. $\dfrac{\pi}{2}$.  B. $\pi$.  C. 0.  D. $\dfrac{\pi}{4}$.

**Câu 40.** Một con lắc đơn dao động tắt dần chậm. Cứ mỗi dao động năng lượng giảm đi 19% ứng với biên độ giảm đi

A. 4,4%.  B. 8%.  C. 10%.  D. 12,5%.

**Câu 41.** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương với các phương trình

$$x_1 = A_1\cos(20t + \frac{\pi}{6})$$

$$x_2 = 3\cos(20t + \frac{5\pi}{6})\ (cm)$$

Vận tốc cực đại của vật là 140 cm/s.

Biên độ $A_1$ của dao động $x_1$ là:

A. 4 cm. B. 5 cm. C. 8 cm. D. 10 cm.

**Câu 42.** Lò xo giảm xóc trên ô tô, xe máy dựa trên nguyên tắc của dao động nào sau đây?

A. Dao động tắt dần B. Dao động cưỡng bức.

C. Dao động tự do. D. Sự tự dao động.

**Câu 43.** Chọn câu **đúng**.

Sóng ngang truyền được trong

A. kim loại và không khí. B. nước và không khí.

C. nước và trên mặt nước. D. kim loại và trên mặt nước.

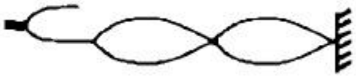
**Câu 44.** Hình dạng sóng dừng trên dây mà mắt nhìn thấy như hình vẽ bên khi cho một đầu dây dao động với tần số f mà

A. f > 16 Hz.

B. f > 24 Hz.

C. f < 24 Hz.

D. 16 < f < 24 Hz.



**Câu 45.** Một nguồn âm có công suất 2W phát ra sóng cầu truyền đi theo mọi hướng. Biết cường độ âm chuẩn là $10^{-12}$ W/m$^2$ thì mức cường độ âm ở nơi cách nguồn 2 m là

A. 106 dB. B. 95 dB. C. 120 dB. D. 88 dB.

**Câu 46.** Một quả cầu đặc đồng chất có khối lượng m lăn không trượt trên mặt phẳng. Lúc khối tâm của quả cầu có tốc độ V thì động năng toàn phần của quả cầu là biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{1}{2}$ mV$^2$. B. $\frac{1}{5}$ mV$^2$. C. $\frac{7}{10}$ mV$^2$. D. mV$^2$

**Câu 47.** Trong hệ SI, momen động lượng được tính bằng đơn vị nào sau đây?

A. N.m. B. kg.m$^2$s $^{2}$. C. kg.m$^2$s$^{-1}$. D. kg.m$^2$.

**Câu 48.** Một sóng ngang truyền trên dây rất dài với phương trình dao động tại vị trí x lúc t là:

$$u = 3\cos(10t + 5\pi x)$$

trong đó, u và x tính bằng cm, t tính bằng s.

Vận tốc dao động của phần tử vật chất tại vị trí $x = \frac{1}{6}$ cm lúc t = 0,314 s là:

A. $15\sqrt{3}$ cm/s. B. 10 cm/s. C. 3 cm/s. D. 15 cm/s.

**Câu 49.** Treo quả cầu vào lò xo thẳng đứng thì khi quả cầu đứng yên lò xo dãn ra 4 cm. Lấy $g = 10\ m/s^2$ và $\pi^2 = 10$. Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng thẳng đứng rồi thả cho nó dao động điều hòa. Chu kì dao động là:

A. 1,0s. B. 0,4s. C. 2,0s. D. 0,5s.

**Câu 50.** Một chất điểm dao động theo phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$. Lúc x có pha là $\frac{\pi}{6}$ thì độ lớn vận tốc của chất điểm là 2 (m/s). Biết chu kì dao động là 0,628 (s)

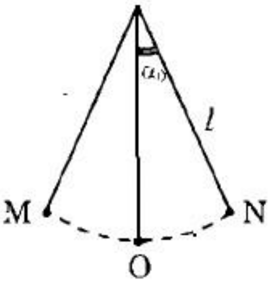
Biên độ dao động là

A. 0,4 m. B. 0,5 m. C. 0,2 m. D. 0,1 m.

## HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

**Câu 1.** Đáp án [B].

**Câu 2.** Đáp án [A].



Biên độ dao động; $A = \frac{S}{2} = 15$ (cm)

Biên độ góc:

$$\alpha_0 = \frac{A}{l} = \frac{15}{100} = 0,15\ (rad)$$

Cơ năng của con lắc là thế năng cực đại:

$$E = mgl(1 - \cos\alpha_0) \approx mgl.\frac{\alpha_0^2}{2}\ (\alpha_0 \text{ tính bằng rad})$$

$$= 0,1.9,8.1.\frac{0,15^2}{2} \approx 0,011\ (J).$$

**Câu 3.** Đáp án [A]

$$\begin{cases} x_1 = 2a\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3}) \\ x_2 = -a\cos 100\pi t = a\cos(100\pi t + \pi) \end{cases}$$

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(100\pi t + \varphi).$$

- Biên độ dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$= \sqrt{4a^2 + a^2 + 2.2a.a.\cos(\pi - \frac{\pi}{3})}$$

$$= a\sqrt{3}.$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} = \frac{2a\sin\frac{\pi}{3} + a\sin\pi}{2a\cos\frac{\pi}{3} + a\cos\pi}$$

$$= \frac{2a.\frac{\sqrt{3}}{2} + a.0}{2a.\frac{1}{2} - a} = \frac{a\sqrt{3}}{0} = +\infty \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Vậy: $x = a\sqrt{3}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$.

**Câu 4.** Đáp án [D].

Cho $x = A\cos(\omega t)$

Thì $V = -\omega A\sin(\omega t) = \omega A\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ (1)

và $a = -\omega^2 x = -\omega^2 A\cos(\omega t)$

$= \omega^2 A\cos(\omega t + \pi)$ (2)

(1) và (2) cho thấy: V trễ pha hơn a góc $\frac{\pi}{2}$.

**Câu 5.** Đáp án [B].

**Câu 6.** Đáp án [C].

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{80\pi} = \frac{1}{40}\ (s)$$

$$\lambda = v.T = 50.\frac{1}{40} = 1{,}25\ (cm)$$

- Khoảng cách giữa hai điểm cực đại giao thoa liên tục trên $O_1O_2$ là:

$$i = \frac{\lambda}{2} = 0{,}625\ (cm)$$

5 điểm liên tục cách nhau $4i = 4.0{,}625 = 2{,}5\ (cm)$

**Câu 7.** Đáp án [A].

$$L = 10\lg\frac{I}{I_0} = 90\ (dB) \rightarrow \lg\frac{I}{I_0} = 9 = \lg 10^9$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^9$$

$$I = 10^9 I_0 = 10^9.10^{-12} = 10^{-3}\ (W/m^2).$$

**Câu 8.** Đáp án [A].

**Câu 9.** Đáp án [D].

Họa âm bậc m có số bụng là

$$\frac{m-1}{2} = 2 \rightarrow m = 3.$$

Tần số của họa âm bậc m:

$$f = \frac{mv}{4l} \rightarrow v = \frac{4fl}{m} = \frac{4.432,5.0,6}{3} = 346 \text{ (m/s)}.$$

**Câu 10.** Đáp án [B].

Có $I = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2}.1,2.(0,25)^2 = 0,0375$ (N.*m*)

Momen hãm: $\mathfrak{M} = I\gamma$.

$$\rightarrow \gamma = \frac{-\mathfrak{M}}{I} = \frac{-0,15}{0,0375} = -4 \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

Mà: $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma\varphi \rightarrow \varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\gamma} = \frac{0 - 12^2}{2(-4)} = 18$ (rad).

**Câu 11.** Đáp án [B].

Ta có: $\begin{cases} x = 10\cos(\pi t + \frac{\pi}{2}) \\ V = -10\pi\sin(\pi t + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$

Qua x = +5 cm và đi ra xa vị trí cân bằng O tức đi theo chiều dương:

$$\begin{cases} +5 = 10\cos(\pi t + \frac{\pi}{2}) \\ V = -10\pi\sin(\pi t + \frac{\pi}{2}) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(\pi t + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2} \\ \sin(\pi t + \frac{\pi}{2}) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \pi t + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3} + K2\pi$$

$$t = -\frac{5}{6} + 2K$$

Để t > 0 thì $t = -\frac{5}{6} + 2 = \frac{7}{6}$ (s).

**Câu 12.** Đáp án [C].

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

**Câu 13.** Đáp án [D].

Tần số kế là ứng dụng của hiện tượng cộng hưởng.

**Câu 14.** Đáp án [C].

So phương trình đã cho với phương trình tổng quát:

$$u = A\cos(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi x}{\lambda})$$

thì:

A. Biên độ A = 3 cm.

B. $\frac{2\pi}{T} = 4\pi \rightarrow T = \frac{2}{4} = 0,5\ (s)$

C. $\frac{2\pi}{\lambda} = 0,02\pi \rightarrow \lambda = 100\ (cm)$

D. $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{100}{0,5} = 200\ (cm/s) = 2\ (m/s)$.

**Câu 15.** Đáp án [A].

Chiều dài dây: $l = n\frac{\lambda}{2} = n\frac{v}{2f}$ (n = 1, 2, 3, ...)

$$\rightarrow n = \frac{2.l\,f}{v} = \frac{2.0,8}{4}f = 0,4f.$$

Với f = 7,5 Hz thì n = 0,4.7,5 = 3 (số nguyên)

Vậy tần số ban rung là f = 7,5 Hz.

**Câu 16.** Đáp án [B].

Câu đúng là: Hai sóng kết hợp khi gặp nhau tại những điểm xác định luôn luôn hoặc tăng cường nhau, hoặc làm yếu nhau.

**Câu 17.** Đáp án [C].

**Câu 18.** Đáp án [C].

$$W_đ = \frac{1}{2}I\omega^2$$

với $\begin{cases} I = \frac{2}{5}mR^2 \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{cases}$

nên: $W_đ = \frac{1}{2}.\frac{2}{5}mR^2\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{1}{5}m.\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2$

$$= \frac{1}{5}.6.10^{24}\left(\frac{2\pi.6,4.10^6}{24.3600}\right)^2 \approx 2,6\ 10^{29}\ (J).$$

**Câu 19.** Đáp án [D].

Chu kì kích thích khung xe do bánh xe gặp khe:

$$T = \frac{L}{V}.$$

Khung xe dao động mạnh nhất khi có cộng hưởng.

$T = T_0$

$\frac{L}{V} = T_0$

$L = V.T_0 = 15.1,5 = 22,5\ (m).$

**Câu 20.** Đáp án [A].

Câu đúng là: Dao động cưỡng bức là dao động điều hoà.

**Câu 21.** Đáp án [B].

So phương trình đã cho với phương trình tổng quát:

$$u = a\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Ta được: $\frac{2\pi}{\lambda} = 10\pi \rightarrow \lambda = 0{,}2\ (m) = 20\ (cm)$

Hai điểm trên phương truyền sóng dao động cùng pha khi chúng cách nhau:

$$d = K\lambda = 20K\ (cm)\ (K = 1, 2, 3, ...)$$

Với K = 3 thì d = 60 (cm).

**Câu 22.** Đáp án [C].

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{25\pi} = \frac{2}{25}\ (s).$$

$$\lambda = vT = 50.\frac{2}{25} = 4\ (cm).$$

Nhắc lại rằng khoảng cách giữa 2 điểm đứng yên liên tục cách nhau $\frac{\lambda}{2}$, còn điểm đứng yên và điểm dao động cực đại liên tục cách nhau $\frac{\lambda}{4}$

Vậy: $IM = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \frac{3\lambda}{4} = 3\ (cm).$

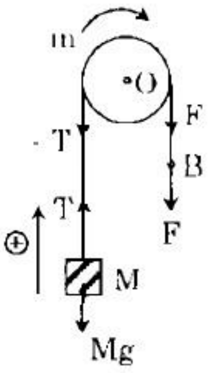
**Câu 23.** Đáp án [A].

Nguồn âm chuyển động với tốc độ $v_S$ về gần nguồn thu đứng yên thì:

$$f' = \frac{v}{v - v_S}f \text{ với } v_S = v_0 \text{ nên:}$$

$$f' = \frac{v}{v - v_S}f \rightarrow f = \frac{v - v_S}{v}f'$$

**Câu 24.** Đáp án [A].



- Đối với vật M: $Mg + T = Ma$ (1)
- Đối với ròng rọc:

$$R(F - T) = I.\gamma = I.\frac{a}{R}$$

$$\rightarrow F - T = I\frac{a}{R^2} \qquad (2)$$

Cộng (1) và (2):

$$F - Mg = a\left(M + \frac{I}{R^2}\right) \Rightarrow a = \frac{F - Mg}{M + \frac{I}{R^2}}$$

Với $I = \frac{1}{2}mR^2 \Rightarrow \frac{I}{R^2} = \frac{1}{2}m$, do đó:

$$a = \frac{F - Mg}{M + \frac{m}{2}} = \frac{25 - 2.10}{2 + 0,5} = 2\ (m/s^2)$$

$(1) \Rightarrow T = M(g + a) = 2(10 + 2) = 24\ (N)$.

**Câu 25.** Đáp án [C].

$$M = F.R = I.\gamma$$

$\Rightarrow \gamma = \frac{FR}{I}$ không đổi ($\neq 0$): đĩa quay biến đổi đều.

$\Rightarrow$ tốc độ góc $\omega = \omega_0 + \gamma t$ là hàm bậc nhất của thời gian

(còn góc quay: $\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$ là hàm bậc 2).

**Câu 26.** Đáp án [D].

Động năng: $W_đ = \frac{1}{2}mV^2 = W_0\sin^2\left(\frac{\pi}{2}t + \varphi\right)$

$$= \frac{W_0}{2} - \frac{W_0}{2}\cos(\pi t + 2\varphi)$$

Vậy động năng biến đổi tuần hoàn với chu kì

$$T' = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ (s).$$

**Câu 27.** Đáp án [B].

Chu kì của con lắc vật lí:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

với $\begin{cases} I = \frac{1}{3}ml^2 \\ d = OG = \frac{l}{2} \end{cases}$

Vậy: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\frac{1}{3}ml^2}{mg\frac{l}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\frac{1,5}{\pi^2}} = 2\ (s).$

**Câu 28.** Đáp án [A]

Khi lá thép có tần số riêng là f dao động mạnh nhất thì tần số dòng điện là f/2.

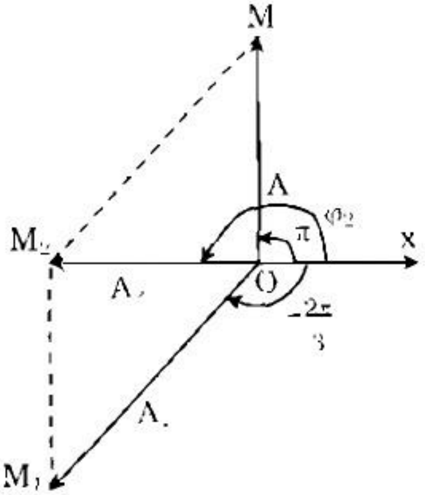
**Câu 29.** Đáp án [B].

Ta có: $x = x_1 + x_2$

$\Rightarrow x_2 = x - x_1 = x + (-x_1) = A_2\cos(100\pi t + \varphi_2)$

với $-x_1 = -2\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})$

$= 2\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3} - \pi) = 2\cos(100\pi t - \frac{2\pi}{3})$



Vậy $\begin{cases} x \text{ có } A = \sqrt{3}\text{ cm}; \varphi = \frac{\pi}{2} \\ -x_1 \text{ có } A_1 = 2\text{cm}; \varphi_1 = -\frac{2\pi}{3} \end{cases}$

nên: $A_2 = \sqrt{A^2 + A_1^2 + 2AA_1\cos(\varphi - \varphi_1)}$

$= \sqrt{3 + 4 + 2\sqrt{3}.2\cos(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3})}$

$= \sqrt{7 + 4\sqrt{3}(-\frac{\sqrt{3}}{2})} = 1$ (cm).

và $tg\varphi_2 = \frac{A\sin\varphi + A_1\sin\varphi_1}{A\cos\varphi + A_1\cos\varphi_1}$

$= \frac{\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{2} + 2\sin(-\frac{2\pi}{3})}{\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{2} + 2\cos(-\frac{2\pi}{3})} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3}}{0 - \sqrt{3}} = 0.$

Kết hợp với hình vẽ ta được $\varphi_2 = \pi$.

**Câu 30.** Đáp án [B].

Chú ý: Câu [C] sai vì thiếu ý "gần nhau nhất".

**Câu 31.** Đáp an [C].

$T = \frac{2\pi}{50\pi} = \frac{2}{50}$ (s).

$\lambda = v.T = 50.\frac{2}{50} = 2$ (m).

$A = \left|2a\cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\right| = \left|2.1.\cos\left(\frac{2\pi.0,25}{2} + \frac{\pi}{2}\right)\right|$

$= \left|2.\cos\frac{3\pi}{4}\right| = \sqrt{2}$ (cm).

**Câu 32.** Đáp án [D].

$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{60}{40} = 1,5$ (cm).

Vì 2 nguồn dao động ngược pha nên điểm M dao động với biên độ cực tiểu thỏa mãn:

$$d_1 - d_2 = k\lambda = 1,5K$$

(với K = 0, ±1; ±2; ±3; ...)

Với $d_1 - d_2 = 4,5$ (cm) thì $K = \frac{4,5}{1,5} = 3$

Vậy điểm M có $d_1 - d_2 = 4,5$ (cm) dao động với biên độ cực tiểu.

**Câu 33.** Đáp án [A].

Tốc độ truyền sóng trên dây đàn:

$$V = \sqrt{\frac{\mathcal{T}}{\mu}} = \sqrt{\frac{62,5}{10^{-3}}} = 250 \text{ (m/s)}.$$

Tần số âm cơ bản do dây đàn phát ra:

$$f = \frac{v}{2l} = \frac{250}{2.0,5} = 250 \text{ (Hz)}.$$

**Câu 34.** Đáp án [B].

Ôtô coi như máy thu có tốc độ $V_M = V_0$, thu được âm co tần số:

$$f' = \frac{v + v_M}{v} f = \frac{v + v_0}{v} f$$

Sau đó ô tô coi như máy phát chuyển động về gần máy thu (máy dò) với tốc độ $v_S = v_0$ và máy thu được âm có tần số:

$$f' = \frac{v}{v - v_S} f' = \frac{v}{v - v_0} f' = \frac{v}{v - v_0} \cdot \frac{v + v_0}{v} f$$

$$f' = \frac{v + v_0}{v - v_0} f.$$

Thay số: $1480 = \frac{340 + v_0}{340 - v_0}.1240$

$$\rightarrow v_0 = 30 \text{ m/s} = 108 \text{ km/h}.$$

**Câu 35.** Đáp án [C].

Ta có: $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma\varphi \rightarrow \gamma = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi}$

với $\begin{cases} \omega = 0 \\ \omega_0 = 10 \text{ rad/s} \\ \varphi = 10.2\pi = 20\pi \text{ rad} \end{cases}$

nên: $\gamma = \frac{0 - 10^2}{2.20\pi} \approx 0,796 \text{ (rad/s}^2\text{)}.$

**Câu 36.** Đáp án [A].

**Câu 37.** Đáp án [D].

Động năng lúc đầu.

$$W_{đđầu} = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 = 180\ (J)$$

Động năng lúc sau:

$$W_{đsau} = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$$

Lập tỉ số: $\frac{W_{đsau}}{W_{đđầu}} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2$

Theo định luật bảo toàn *momen* động lượng

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{I_1}{I_2} = 4.$$

Vậy: $\frac{W_{đsau}}{W_{đđầu}} = \left(\frac{1}{4}\right)(4)^2 = 4.$

$\Rightarrow W_{đsau} = 4.180 = 720\ (J).$

**Câu 38.** Đáp án [D].

Lúc t = 0 vật qua vị trí cân bằng thì sau $\frac{3}{4}T$ vật qua vị trí biên ($x = +A$): lúc này vật dừng lại.

**Câu 39.** Đáp án [B].

Lúc t = 0:

$$\begin{cases} 0 = A\cos\varphi \\ v = -\omega A\sin\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \\ \sin\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Vậy: $x = A\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$$\Rightarrow v = -\omega A\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \omega A\sin(\omega t + \frac{\pi}{2} + \pi) = \omega A\cos(\omega t + \pi)$$

Vậy: Pha ban đầu của V là π

**Câu 40.** Đáp án [C].

Theo đề $\frac{W_1 - W_2}{W_1} = 19\% = 0{,}19 \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = 0{,}81$

mà $\begin{cases} W_1 = \frac{1}{2}m\omega^2A_1^2 \\ W_2 = \frac{1}{2}m\omega^2A_2^2 \end{cases}$

nên: $\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = 0{,}81$

$\frac{A_2}{A_1} = 0{,}9 \Rightarrow \frac{A_1 - A_2}{A_1} = \frac{1 - 0{,}9}{1} = 0{,}1 = 10\%.$

**Câu 41.** Đáp án [C].

$$A = \frac{V_{max}}{\omega} = \frac{140}{20} = 7 \text{ (cm)}$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$7^2 = A_1^2 + 3^2 + 2A_1.3.\cos\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$49 = A_1^2 + 9 + 6A_1\cos\frac{2\pi}{3}$$

$$A_1^2 - 3A_1 - 40 = 0$$

$$A_1 = \frac{3 \pm 13}{2} \begin{cases} 8 \\ -5 < 0 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy $A_1 = 8$ (cm).

**Câu 42.** Đáp án [A].

Lò xo giảm xóc trên ô tô, xe máy dựa trên nguyên tắc của dao động tắt dần, vì nhờ dao động tắt dần mà sau khi vượt chỗ xóc, khung xe sẽ mau hết dao động.

**Câu 43.** Đáp án [D].

Sóng ngang chỉ truyền được trong chất rắn (kim loại) và trên mặt nước (chất lỏng).

**Câu 44.** Đáp án [B].

**Câu 45.** Đáp án [A].

Cường độ âm cách nguồn 2 m.

$$I = \frac{P}{4\pi R^2} = \frac{2}{4\pi.2^2} = 39{,}8.10^{-3} \text{ (W/m}^2\text{)}$$

Mức cường độ âm:

$$L = 10\lg\frac{I}{I_0} = 10\lg\frac{39{,}8.10^{-3}}{10^{-12}} = 10\lg(39{,}8.10^{9})$$

$$= 10[\lg 39{,}8 + 9] \approx 106 \text{ (dB)}.$$

**Câu 46.** Đáp án [C].

Động năng toàn phần của quả cầu gồm có:

+ Động năng của khối tâm: $W_1 = \frac{1}{2}mV^2$

+ Động năng của quả cầu quay quanh trục đi qua khối tâm:

$$W_2 = \frac{1}{2}I\omega^2$$

với $I = \frac{2}{5}mR^2$; $\omega = \frac{V}{R}$

nên $W_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\left(\frac{V}{R}\right)^2 = \frac{1}{5}Mv^2$

Vậy động năng toàn phần của quả cầu:

$$W_đ = W_1 + W_2 = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{5}mV^2 = \frac{7}{10}mV^2.$$

**Câu 47.** Đáp án [C].

Momen động lượng: $L = I.\omega$

$I$ có đơn vị kg.m$^2$

$\omega$ có đơn vị rad/s

Vậy L có đơn vị là kg.m$^2$/s hay kg.m$^2$s$^{-1}$.

**Câu 48.** Đáp án [D].

Tốc độ dao động là đạo hàm cua u đối với t.

$$u' = \frac{du}{dt} = -30\sin(10t + 5\pi x)$$

lúc $t = 0{,}314$ s và $x = \frac{1}{6}$ cm thì:

$$u' = -30\sin(10.0{,}314 + 5\pi.\frac{1}{6})$$

$$= -30\sin(\pi + \frac{5\pi}{6}) = 30\sin\frac{5\pi}{6} = 15 \text{ (cm)}.$$

**Câu 49.** Đáp án [B].

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{K} \rightarrow \frac{m}{K} = \frac{\Delta l_0}{g}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{4.10^{-2}}{10}} = 0{,}4 \text{ (s)}.$$

**Câu 50.** Đáp án [A].

$V = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$

Lúc $\omega t + \varphi = \frac{\pi}{6}$ thì $|V| = 2$ m/s nên:

$$2 = \frac{2\pi}{T}.A\sin\frac{\pi}{6}$$

$$2 = \frac{2\pi}{0{,}628}.A.\frac{1}{2} \rightarrow A = 0{,}4 \text{ (m)}.$$

DẠY TỐT HỌC TỐT

ABC
ALPHA BOOK CENTER

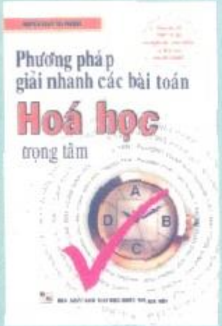
**TRUNG TÂM SÁCH GIÁO DỤC ALPHA**
225C Nguyễn Tri Phương, P.9, Q.5, Tp. HCM. ĐT: 08.62676463

*Mời các bạn tìm đọc:*

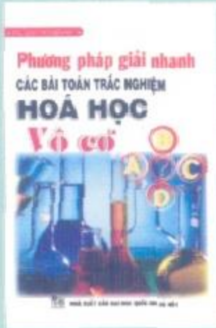
BỘ ĐỀ THI
Trắc nghiệm khách quan
VẬT LÝ

Phương pháp giải nhanh các bài toán
Sinh học
trọng tâm

Phương pháp giải nhanh các bài toán
Vật lí
trọng tâm


Phương pháp giải nhanh các bài toán
Hoá học
trọng tâm

BỘ ĐỀ THI
Trắc nghiệm khách quan
HÓA HỌC


Phương pháp giải nhanh
CÁC BÀI TOÁN TRẮC NGHIỆM
HOÁ HỌC
Vô cơ

Phương pháp giải nhanh
CÁC BÀI TOÁN TRẮC NGHIỆM
HOÁ HỌC
Hữu cơ

1234 bài tập tự luận điển hình
HÌNH HỌC - LƯỢNG GIÁC

BỘ ĐỀ THI
Trắc nghiệm khách quan
Tiếng Anh

BỘ ĐỀ THI
TỰ LUẬN
Ngữ văn

1234 bài tập tự luận điển hình
Đại số Giải tích

1234 câu hỏi và bài tập trắc nghiệm điển hình
Hoá học

BỘ ĐỀ THI
Trắc nghiệm khách quan
SINH HỌC

BỘ ĐỀ THI
TỰ LUẬN
Toán học

1234 bài tập trắc nghiệm điển hình
Vật lí

1234 câu hỏi và bài tập trắc nghiệm điển hình
Sinh học

8 936039 373049

alphabookcenter@yahoo.com

Giá: 41.000đ